
5. Métodos de simulación

Where all men think alike, no ones thinks very much.

Walter Lippmann

A continuación se pasa a seleccionar el efecto físico óptimo para obtener el cambio de fase deseado en dispositivos ópticos activos ubicados en una red óptica, y a presentar y derivar distintos métodos para su simulación.

5.1 Selección del efecto para el desfasamiento

En el capítulo 4, se estudiaron detalladamente tres efectos físicos para desfasar una señal óptica: el efecto electroóptico, el efecto termoóptico y el efecto acustoóptico. Pasamos seguidamente a analizar las ventajas e inconvenientes que cada uno de ellos ofrece, para decantarnos por uno de los tres, y diseñar en base a él, los dispositivos ópticos a estudiar en éste proyecto.

El efecto acustoóptico es utilizado, generalmente, para la modulación de señales ópticas, pues resulta en variaciones del índice de refracción periódicas con una longitud de onda igual a la de la onda acústica. Además, requiere de estructuras relativamente complejas y depende de la polarización de la señal; aunque es bastante rápido, del orden de microsegundos [1], pero más lento que el efecto electroóptico. Por ello, se habrá de elegir, para la consecución de un desfase constante y bien controlado electrónicamente, entre el efecto termoóptico y el electroóptico.

Las ventajas que ofrece el efecto termoóptico, frente al electroóptico, quedan resumidas en los siguientes puntos:

- Menor sensibilidad a la polarización. Se debe a la propiedad de que el efecto termoóptico en el cristal es isótropo. En [2], por ejemplo, se comprueba que el desplazamiento de fase entre el modo TE y el TM es de sólo un 0,2 % para un conmutador termoóptico 2×2 crecido sobre SiO₂. Puesto que las señales ópticas que entran a los acopladores, conmutadores, multiplexores o filtros, tienen una polarización aleatoria, es totalmente necesario que estos dispositivos sean independientes de la polarización. La solución más reciente y prometedora para solventar este problema del efecto electroóptico, es la utilización de pozos cuánticos [3]. Esta tecnología está actualmente en auge, gracias a la mejora en las técnicas de fabricación de estructuras multicapa, como MBE¹ o MOCVD², y también suponen un potencial considerable en el efecto acustoóptico [4].
- Más posibilidades en la selección del material a utilizar como sustrato, ya que dicho material no ha de ser anisótropo. Se está haciendo uso incluso de polímeros, que tienen una menor conductividad térmica y el índice de refracción presentan una mayor dependencia con la temperatura que la de los materiales inorgánicos, dando lugar a dispositivos con menor necesidad de potencia [5].
- Mayor facilidad en la fabricación del módulo de desfasaje. El material más utilizado para moduladores electroópticos, el LiNbO₃, por su alto coeficiente electroóptico y su amplio rango de transparencia a la longitud de onda [6], debe ser crecido como un cristal, y el proceso de fabricación es caro. Los polímeros han adquirido recientemente un gran atractivo, pues pueden depositarse sobre grandes áreas, mediante procesos relativamente baratos [7].

¹ Acrónimo de la expresión inglesa *Molecular Beam Epitaxy*, que podría traducirse como epitaxia de haz molecular.

² Acrónimo de la expresión inglesa *Metal-Organic Chemical Vapor Deposition*, que podría traducirse como deposición en fase vapor química metal-orgánica.

- Las guías pueden no estar dopadas, por lo cual no habrá corrientes a su través y se reducen las pérdidas por absorción por portadores libres [8]. De este modo, originan cambios de absorción despreciables.
- Rangos más amplios de independencia de la variación del índice de refracción con la longitud de onda.

La desventaja del efecto termoóptico, frente al electroóptico, es:

- Baja velocidad de respuesta (poco menos de milisegundos, frente a los microsegundos del efecto electroóptico). No obstante en aplicaciones donde no se requieran altas velocidades, los dispositivos termoópticos serán componentes de bajo coste en los sistemas por fibra óptica y sistemas de óptica integrada [2].

Como quedó reflejado en el capítulo 4, la variación del índice de refracción del núcleo y revestimiento respecto a la temperatura o voltaje aplicado, viene dado por las ecuaciones (5.1) y (5.2), respectivamente. En (5.2) no se considera la expansión de la guíaonda con la temperatura, pues suponemos guíasondas integradas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta n = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \Delta T \end{array} \right. \quad (5.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta n = \frac{1}{2} r n_o^3 \frac{V}{D} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Si tomamos como referencia, por ejemplo, el LiNbO_3 , tenemos que para el efecto electroóptico, $\Delta n \approx 1,5 \cdot 10^{-4} / \text{V}$ [9], y para el termoóptico, $\Delta n \approx 3 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ [10], donde se ha considerado la anchura del canal $D = 1 \mu\text{m}$ y la longitud de onda en el vacío de la luz $\lambda \approx 1,55 \mu\text{m}$. Ateniéndonos a la literatura, puesto que los voltajes que se manejan son típicamente de menos de 5 V, y las temperaturas máximas llegan hasta los 50 °C (en ambos casos depende de la aplicación del dispositivo y sus dimensiones), comprobamos que las

variaciones del índice de refracción van a ser semejantes. Pero en cualquier caso, el Niobato de Litio es el material con mayor efecto electroóptico, y además, se ha supuesto que está cortado en la dirección en la que se requirieren menos voltajes [11].

En la Tabla 5.1 se muestra la magnitud de la variación del índice de refracción con la temperatura (en °C), en algunos de los materiales más empleados en los circuitos integrados ópticos, para un longitud de onda de 1,55 μm . Como vemos, el material más adecuado es el compuesto cuaternario de InGaAsP.

Tabla 5.1: Variación del índice de refracción con la temperatura para algunos materiales.

Material	SiO ₂	InGaAsP	LiNbO ₃
$\partial n/\partial T$	$10^{-5} / ^\circ\text{C}$ [12]	$1,9 \cdot 10^{-4} / ^\circ\text{C}$ [8]	$3 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ [10]

Una vez elegido el efecto más adecuado para construir el *phasar* de los dispositivos ópticos a diseñar, el siguiente paso es examinar las herramientas disponibles para la simulación de la propagación de la luz en guiondas, y la forma de integrar el efecto termoóptico en ellas.

La forma de controlar electrónicamente el desfase será aplicar un cierto voltaje o potencia a un calentador de película delgada dispuesto sobre la guionda. Los materiales más utilizados para la fabricación de dicho calentador, son: el Titanio [8], el Níquel [12], y aleaciones de Níquel y Cromio [13].

5.2 Métodos de propagación de haz

En la historia de la óptica integrada se han desarrollado múltiples métodos para calcular la distribución de campo y la propagación de la luz en guías de onda. Actualmente destacan los métodos de propagación de haz o BPM³ [14].

Los algoritmos BPM tratan de resolver el problema del cálculo de la propagación de la luz en un determinado dominio, transformando un problema difícil de valorar en la frontera, a uno más sencillo que permite su resolución. Para ello parten de una distribución inicial de campo eléctrico que representa una onda propagándose en una cierta dirección y se llega a una distribución de campo final mediante la aplicación de un proceso repetitivo de propagación de la onda en distancias cortas. De esta forma, la sucesiva colección de perfiles de campo a través de cada paso de propagación, da una clara idea de cómo se propaga la onda a través de la estructura.

El simulador comercial *Prometheus RV 2.0* de la empresa *BBV Software BV*, utiliza dos métodos de BPM, el de diferencias finitas (FD) y el de la transformada rápida de Fourier (FFT) [15], para determinar la propagación de la luz en un dominio bidimensional. Actualmente se prefiere el algoritmo de FD, pues es más versátil en la discretización y numéricamente más estable.

Para propósitos de diseño, los BPM 2D son normalmente suficientes para conseguir una buena aproximación del funcionamiento de un dispositivo óptico, dadas pocas condiciones de contorno. Su ventaja sobre los BPM 3D [16] son: mayor velocidad, uso de reducida memoria y análisis más simplificado. La desventaja es que se pierde información sobre la estructura de la guía de onda, y así, por ejemplo en la configuración de la Figura 5.1, es indiferente el valor de d_1 , d_2 y d_3 .

³ Acrónimo de la expresión inglesa *Beam Propagation Method*.

Para hacer un análisis 2D, *Prometheus* aplica el método del índice efectivo [14], que transforma un problema de índice de refracción en 3D en otro susceptible de ser manejado por un BPM 2D. La tercera dimensión se reduce a un índice efectivo, que puede ser puesto en la definición de la estructura para el BPM 2D. Esta reducción se justifica mediante la eliminación de la dirección transversal por la comparación con una mucho mayor en la dirección lateral, esto es, $W \gg d_2$.

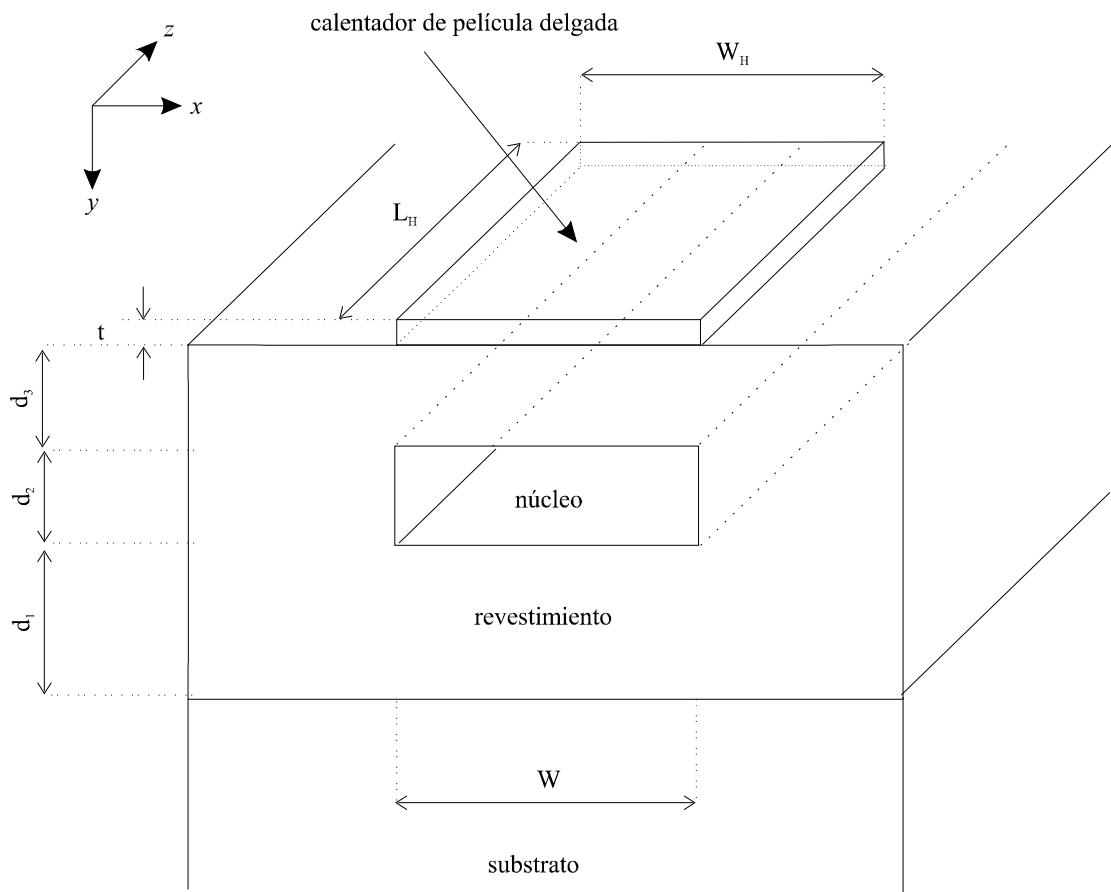


Figura 5.1: Estructura de la guía de onda rectangular y el calentador dispuesto sobre ella.

5.3 Simulación del efecto termoóptico

5.3.1 Objetivo

Una vez seleccionado el mecanismo para desfasar la luz que se propaga por una guíaonda, y analizadas las herramientas disponibles, se han de aprovechar las facilidades ofrecidas por dichas herramientas para simular el efecto termoóptico.

Los calentadores pueden ser simulados con *Prometheus 2.0*, como una función de un único parámetro especificada por el usuario, que define un cierto perfil del índice de refracción.

Esto es, para poder simular el efecto termoóptico, es necesario conocer alguna aproximación analítica al aspecto de las curvas isotérmicas en la guíaonda, calcular la distribución de temperatura en el núcleo, y conseguir plasmar dicha variación dependiente de la posición respecto al calentador, en un índice efectivo.

Evidentemente, todo sería más fácil si el cambio de temperatura en el núcleo de la guíaonda fuese el mismo en todos sus puntos, pero como se demostrará en los siguientes apartados, dicha idea no se corresponde con la realidad.

5.3.2 Método de separación de variables

Estudiamos a continuación la conducción de calor en régimen permanente en guíaondas rectangulares que sean de la forma que se indica en la Figura 5.1, siendo el sistema de coordenadas cartesiano, el más adecuado para representar la distribución de temperaturas en la guíaonda. La guíaonda se considera en el plano x - y con el origen de coordenadas en el vértice del rectángulo.

Se supone que no existe conducción en la dirección z normal al calentador. Se puede considerar, que éste es el caso en que el calentador tiene una extensión en la dirección z tan grande, que no se producen efectos del borde, o que sus caras x - y están aisladas, de modo que el calor no pasará en la dirección z .

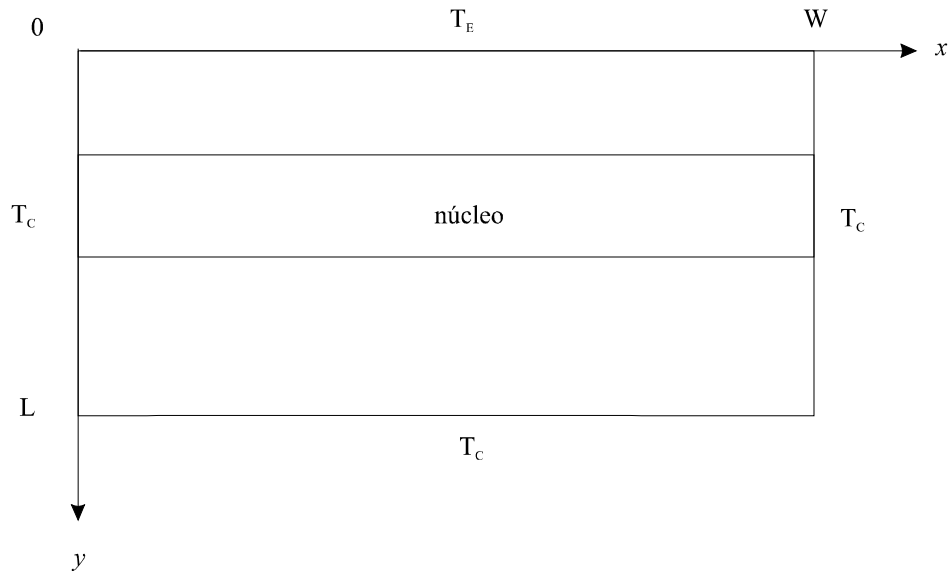


Figura 5.2: Geometría y condiciones de contorno sobre las que aplicar el método de separación de variables. Se ha tomado $W_H = W$.

Consideramos una placa rectangular con una distribución de temperatura dada en una arista, correspondiente a la ubicación del calentador, y constante en las demás; como se puede observar en la Figura 5.2. Las dimensiones de la placa son W y L según los ejes x e y . El resto de los extremos en los que limitamos el problema se mantienen a temperatura constante T_C . Representamos la temperatura en el calentador por $f(x)$ ($0 \leq x \leq W$) y la consideramos conocida e igual a una temperatura constante T_E . Las condiciones de contorno que rigen el problema de conducción de calor a resolver, conocidas como *condiciones de frontera de Dirichlet* [17], son de este modo

$$\begin{cases} T(x,0) = T_E & 0 < x < W \\ T(x,L) = T_C & 0 < x < W \\ T(0,y) = T_C & 0 < y < L \\ T(W,y) = T_C & 0 < y < L \end{cases} \quad (5.3)$$

donde la función $T = T(x, y)$, da la distribución de temperatura dentro de la guíaondas.

La ecuación de conducción de calor en régimen permanente para coordenadas cartesianas en dos dimensiones y considerando que no hay generación de calor interno, se reduce a [18]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (5.4)$$

La ecuación de conducción de calor para el régimen permanente (5.4), es una ecuación diferencial lineal conocida por *ecuación de Laplace*, y se puede aplicar el principio de la superposición de soluciones.

A continuación aplicamos el *método de separación de variables*; admitimos así que la distribución de temperaturas se puede expresar como producto de dos funciones, cada una de las cuales depende solamente de una de las variables independientes [17]. Esto es, si $X(x)$ es únicamente función de x , y si $Y(y)$ es únicamente función de y , entonces se puede suponer que la temperatura T , viene dada por la expresión

$$T = X(x)Y(y) \quad (5.5)$$

Cuando la ecuación (5.5) se sustituye en (5.4), y reordenando la expresión resultante se obtiene

$$-\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial Y^2} \quad (5.6)$$

Puesto que cada miembro de la ecuación (5.6) depende sólo de una variable independiente, estos serán iguales solamente si ambos son iguales a la misma constante. Si a esta constante la llamamos γ , entonces tenemos que

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial Y^2} = \gamma \quad (5.7)$$

La ecuación (5.7) es equivalente a las dos siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \gamma X &= 0 \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \gamma Y &= 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

El problema se puede simplificar considerablemente admitiendo las condiciones de contorno como homogéneas, mediante la introducción de una diferencia de temperaturas $\theta = T - T_C$. Así, el problema dado por las condiciones de frontera (5.3) y la ecuación (5.4), se transforma en

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (5.9)$$

con condiciones de contorno

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = T_E - T_C & 0 < x < W \\ \theta(x, L) = 0 & 0 < x < W \\ \theta(0, y) = 0 & 0 < y < L \\ \theta(W, y) = 0 & 0 < y < L \end{cases} \quad (5.10)$$

De las condiciones de contorno $\theta(0, y) = X(0)Y(y) = 0$ y $\theta(W, y) = X(W)Y(y) = 0$, en (5.10), se concluye que para que exista una solución no trivial es necesario que $X(0) = X(W) = 0$. Por lo tanto, el siguiente paso es encontrar las soluciones no triviales

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \gamma X = 0 \\ X(0) = X(L) = 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

para lo cual ensayamos soluciones e^{rx} , obteniendo la ecuación auxiliar

$$r^2 - \gamma = 0 \quad (5.12)$$

Suponemos $\gamma > 0$, entonces la solución de (5.12) es

$$X(x) = C_1 e^{\sqrt{\gamma}x} + C_2 e^{-\sqrt{\gamma}x} \quad (5.13)$$

y para determinar las constantes C_1 y C_2 recurrimos a las condiciones de frontera

$$X(0) = C_1 + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = -C_1 \quad (5.14)$$

$$X(W) = C_1 (e^{\sqrt{\gamma}W} - e^{-\sqrt{\gamma}W}) = 0 \quad (5.15)$$

Como se ha supuesto $\gamma > 0$, la expresión $(e^{2\sqrt{\gamma}W} - 1) > 0$ y para que se verifique la igualdad (5.15), $C_1 = 0$. Es decir, no existe solución no trivial.

Suponemos $\gamma = 0$, de modo que $r = 0$ es una raíz doble de la ecuación auxiliar (5.12), y la solución general de la ecuación diferencial es

$$X(x) = C_1 + C_2 x \quad (5.16)$$

y aplicando las condiciones de contorno llegamos de nuevo a que $C_1 = C_2 = 0$.

Suponemos finalmente $\gamma < 0$, siendo en este caso las raíces de la ecuación auxiliar $\pm i\sqrt{-\gamma}$. La solución general de (5.11) es entonces

$$X(x) = C_1 \cos \sqrt{|\gamma|}x + C_2 \operatorname{sen} \sqrt{|\gamma|}x \quad (5.17)$$

y recurriendo a las condiciones de frontera

$$X(0) = C_1 = 0 \quad (5.18)$$

$$X(W) = C_2 \operatorname{sen} \sqrt{|\gamma|}W = 0 \quad (5.19)$$

A partir de (5.19) habrá una solución no trivial cuando

$$|\gamma|W = n\pi \quad n = 1, 2, 3... \quad (5.20)$$

y las funciones propias X_n correspondientes al valor propio $\gamma = -(n\pi/W)^2$ con $n \in \mathbb{Z}$ están dadas por

$$X_n = a_n \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi}{W} x \right) \quad (5.21)$$

siendo los valores a_n constantes arbitrarias no nulas.

Acudiendo ahora a la segunda ecuación de (5.8), tenemos que

$$Y_n = A_n \cosh\left(\frac{n\pi}{W} y\right) + B_n \sinh\left(\frac{n\pi}{W} y\right) \quad (5.22)$$

la cual como para las funciones trigonométricas puede escribirse de la forma

$$Y_n = C_n \sinh\left(\frac{n\pi}{W} (y + D_n)\right) \quad (5.23)$$

Ahora la condición de contorno $\theta(x, L) = 0$ en (5.10) se cumplirá si $Y(L) = 0$ y

$$C_n \sinh\left(\frac{n\pi}{L} (L + D_n)\right) = 0 \quad (5.24)$$

se cumple para $D_n = -L$. Combinando los resultados dados por (5.21) y (5.23), se encuentra que hay soluciones del problema (5.10) de la forma

$$\theta_n(x, y) = E_n \sin\left(\frac{n\pi}{W} x\right) \sinh\left(\frac{n\pi}{W} (y - L)\right) \quad (5.25)$$

siendo las $E_n = a_n C_n$ constantes. En efecto, por el principio de superposición

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sin\left(\frac{n\pi}{W} x\right) \sinh\left(\frac{n\pi}{W} (y - L)\right) \quad (5.26)$$

es una solución formal de (5.10).

Aplicando la condición de frontera no homogénea restante, se tiene

$$\theta(x,0) = T_E - T_C = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{W}x\right) \operatorname{senh}\left(-\frac{n\pi}{W}L\right) \quad (5.27)$$

que se trata de una serie senoidal de Fourier [17] de $\theta(x,0)$ y, por lo tanto, los coeficientes están dados por la fórmula

$$E_n = \frac{2}{L \operatorname{senh}\left(\frac{-n\pi L}{W}\right)} \int_0^W \theta(x,0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{W}\right) dx \quad (5.28)$$

de donde es inmediato

$$E_n = \frac{2}{L \operatorname{senh}\left(-\frac{n\pi L}{W}\right)} (T_E - T_C) \left(\frac{1 - (-1)^n}{n\pi}\right) \quad (5.29)$$

La expresión de la temperatura en cualquier punto de la guiaondas viene dada por

$$T(x,y) = T_C + \frac{2}{W} (T_E - T_C) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 - (-1)^n}{n\pi}\right) \frac{\operatorname{senh}\left(\frac{n\pi}{W}(y-L)\right)}{\operatorname{senh}\left(-\frac{n\pi L}{W}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{W}x\right) \quad (5.30)$$

En la Figura 5.3 se muestra la distribución de temperatura en la guiaondas bajo estudio. Se ha tomado⁴: $d_1 = 2 \mu\text{m}$, $d_2 = d_3 = 1 \mu\text{m}$ y $W = W_H = 3 \mu\text{m}$. El calentador de película delgada está a una temperatura de $T_E = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ y se ha considerado la guiaondas a

⁴ A partir de las ecuaciones proporcionadas en [14], puede demostrarse que para unas dimensiones de 3 y 1 μm en la dirección y transversal de la guía, respectivamente, se tiene una guiaondas rectangular monomodo.

$T_C = 0$ °C; lo cual es equivalente a suponer $T_E = 100$ °C y $T_C = 0$ °C. En general, se suele suponer que el sustrato se encuentra a la misma temperatura que el aire, 25 °C [5].

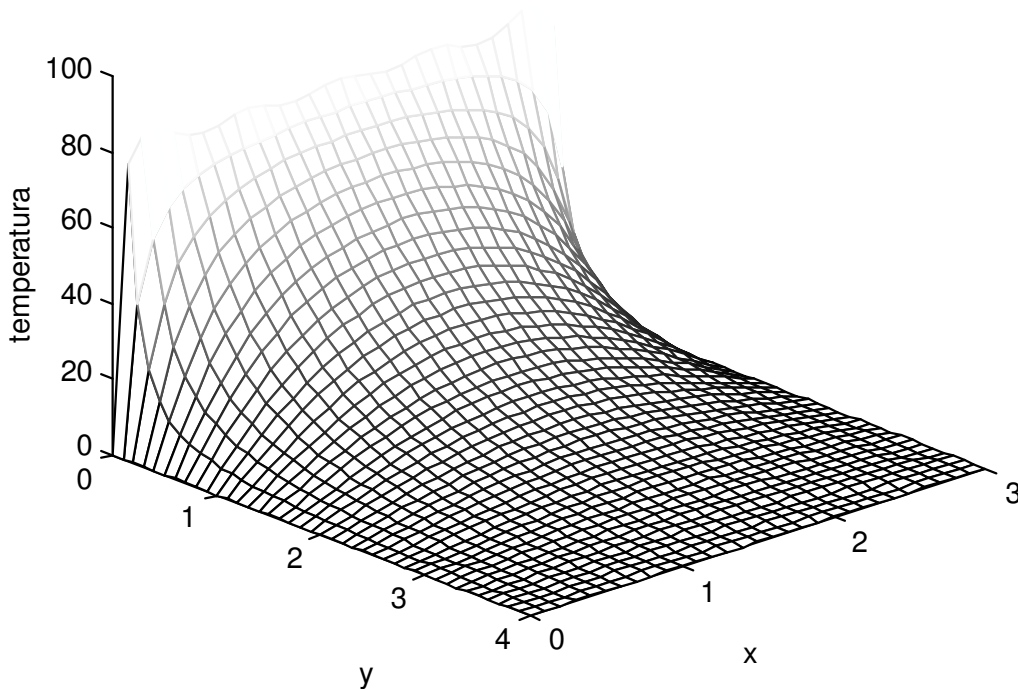


Figura 5.3: Distribución de temperatura en la guíaonda.

A partir de la ecuación (5.30) podemos calcular también las curvas isotermas dentro de la guíaonda. En la Figura 5.4 se representan dichas curvas caracterizadas porque sus puntos (x, y) tienen una temperatura $T(x, y)$ constante, tomando un escalado de 10 °C.

Ateniéndose a la Figura 5.4, se concluye que es deseable minimizar la distancia d_3 entre el calentador de película delgada y el núcleo de la guíaonda, ya que se pierde eficiencia en el incremento de temperatura en la región deseada. El problema es que si se acerca demasiado el núcleo de la guíaonda al calentador, aumentan las pérdidas debidas a la película delgada metálica. Se ha demostrado que las pérdidas debidas al metal disminuyen exponencialmente con d_3 [12]. Para una guíaonda con un núcleo de $d_2 = 1$ μm , es suficiente con tomar $d_3 = 0,5$ μm [8].

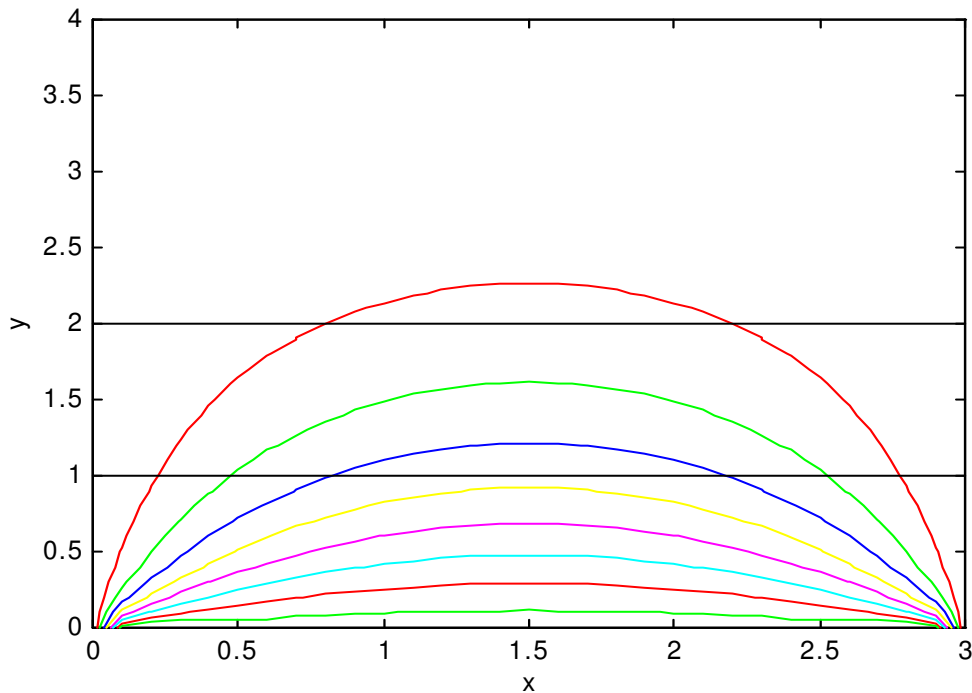


Figura 5.4: Curvas isothermas en la guiaondas.

En la Figura 5.5 se ha considerado la misma guiaondas y calentador que en la Figura 5.4, pero tomando $d_3 = 0,5 \mu\text{m}$. Comprobamos, así, que es deseable minimizar esta dimensión, y , de este modo, utilizar menores temperaturas en el calentador, para producir la misma variación del índice de refracción en el núcleo.

En la Figura 5.6 se representan de nuevo las curvas isothermas en la guiaondas rectangular, para $T_E = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_C = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $W_H = 5 \mu\text{m}$, y considerando un escalado de $10 \text{ }^\circ\text{C}$. En este caso las dimensiones de la guiaondas son: $d_1 = 1,5 \mu\text{m}$, $d_2 = 1 \mu\text{m}$, $d_3 = 0,5 \mu\text{m}$ y $W = 3 \mu\text{m}$.

Comparando la Figura 5.5 y Figura 5.6, se llega también a la conclusión de que utilizando calentadores de mayor anchura el gradiente de temperatura varía de una forma más suave en el núcleo de la guiaondas, y por lo tanto también el incremento del índice de refracción tendrá una mayor uniformidad a lo largo de la dirección x . Así mismo, la

temperatura inducida en el núcleo de la guiaondas también es mayor, aunque a costa de una mayor potencia aplicada al calentador.

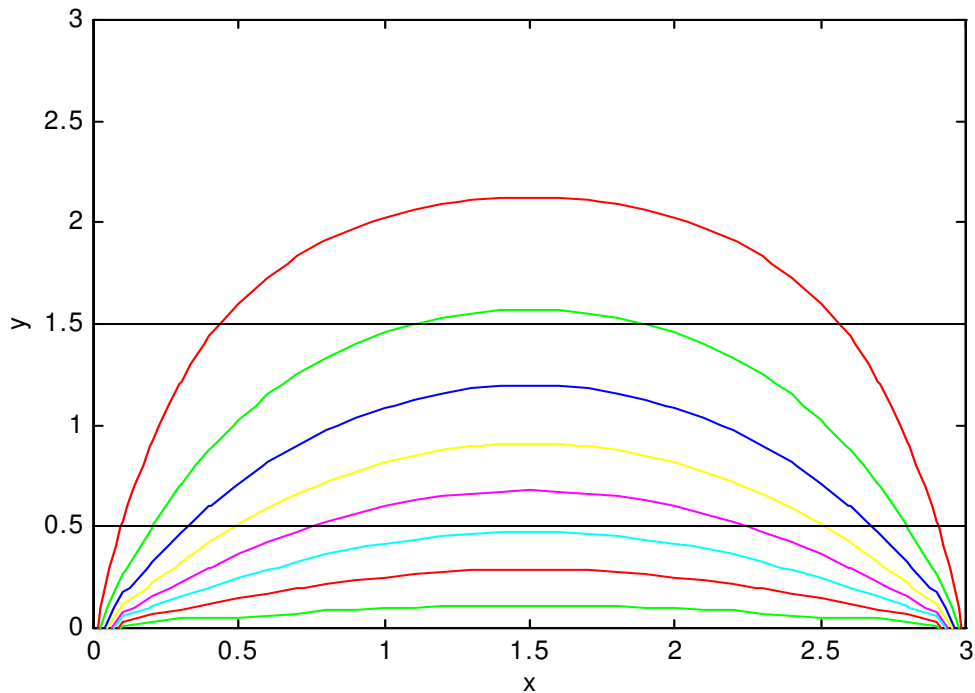


Figura 5.5: Curvas isotermas en la guiaondas.

Mediante el método presentado, se ha podido extraer una gran cantidad de información acerca de la configuración del calentador y de la guiaondas. No obstante, el hecho de suponer que a la derecha e izquierda del electrodo no se produce un incremento de temperatura, es una restricción poco realista. Por ello, seguidamente se presentarán otros métodos de mayor complejidad matemática y más rigurosos, pues no se atienen a la citada restricción para el cálculo del perfil de temperatura en la guiaondas inducida por el calentador.

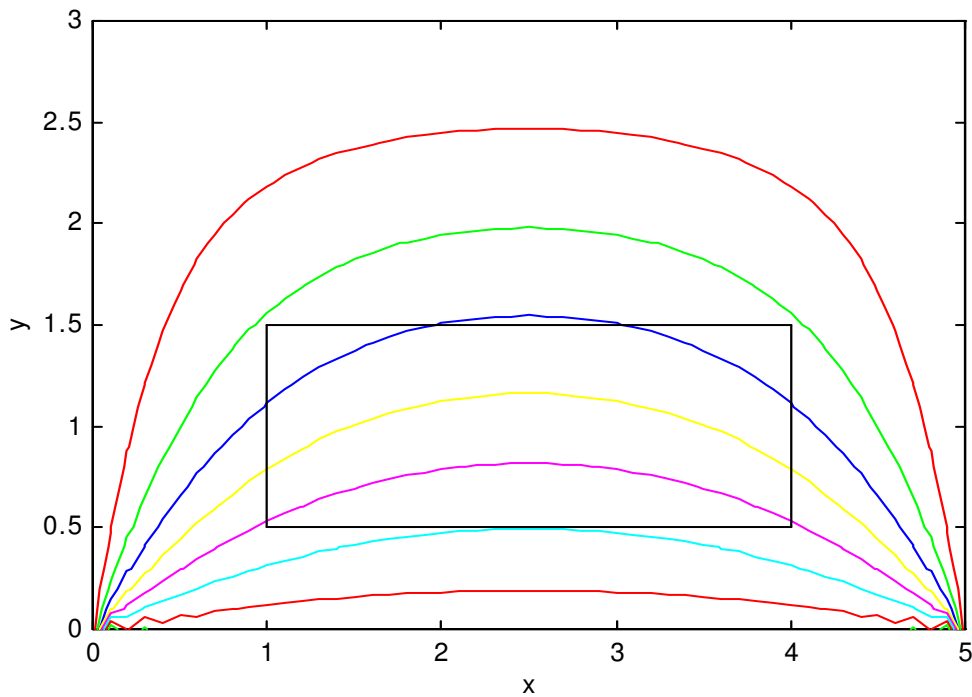


Figura 5.6: Curvas isothermas en la guiaondas.

5.3.3 Método de la transformada de Fourier

Otro mecanismo para derivar una expresión analítica para la distribución estacionaria de temperatura, es el *método de la transformada de Fourier* [12]. En este caso consideramos la ecuación de conducción de calor en régimen permanente [18]⁵

$$\nabla^2 T_2(x, y) = -\frac{q(x)}{k_2} \quad (5.31)$$

donde T es la distribución de temperatura inducida en cada región de la Figura 5.7, k_i es la conductividad térmica, y $q(x)$ es la potencia calorífica por unidad de volumen aplicada a través de un calentador de película delgada en la interfaz cristal-aire $y = L$. Para resolver la ecuación (5.31) consideramos que el núcleo y revestimiento son pozos de calor,

⁵ Para llegar a esta ecuación se ha supuesto que la conductividad térmica k_i es constante.

mientras que el flujo de calor en el aire es despreciable; consideraciones ya tenidas en cuenta en el apartado 5.3.2. Por ejemplo, si el substrato sobre el que se crece la guíaonda es de Silicio: $k_1(\text{Si}) \gg k_2(\text{SiO}_2) \geq k_3(\text{aire})$; ya que $k_1 = 1,5$, $k_2 = 0,014$ y $k_3 = 2,6 \cdot 10^{-4}$ W/cm-°C [12]. Además, consideramos que el espesor t del calentador de película delgada es despreciable.

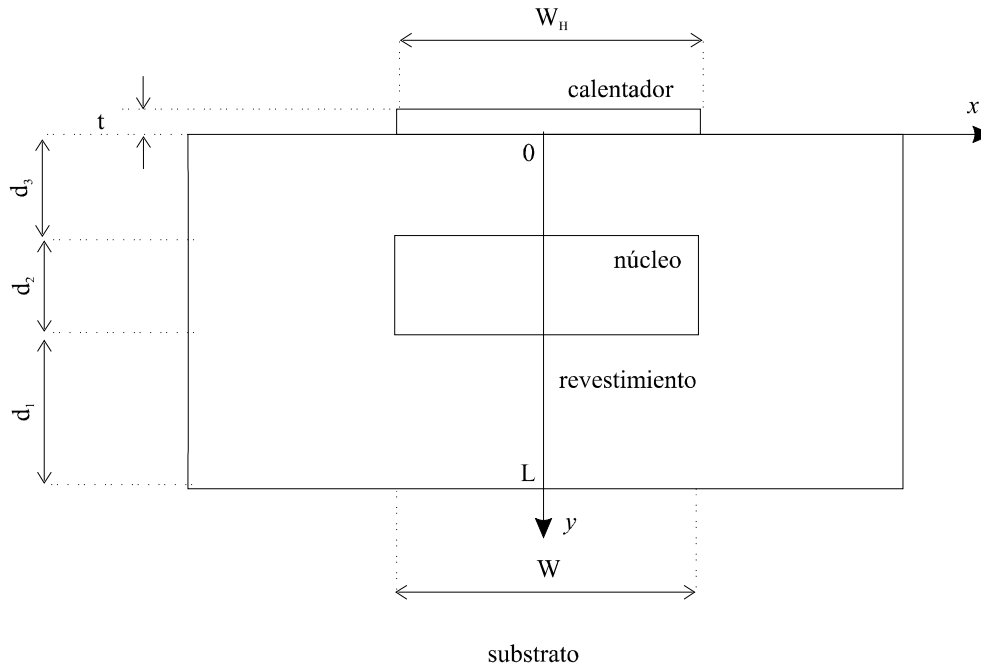


Figura 5.7: Geometría y condiciones de contorno sobre las que aplicar el método de la transformada de Fourier. Se ha supuesto $W_H = W$.

Podemos expresar las condiciones de contorno para la distribución de temperatura en la guíaonda como

$$\begin{cases} T_2(x, y) = 0 & y = 0 \\ k \frac{\partial T_2}{\partial y} = \frac{P_H}{L_H W_H} & y = L, \quad |x| \leq \frac{W_H}{2} \end{cases} \quad (5.32)$$

en donde $P_H / (L_H W_H)$ es la potencia calorífica aplicada por unidad de área del calentador.

Para resolver el problema de conducción de calor (5.31), con condiciones de

contorno dadas por (5.32), tomamos la transformada de Fourier [20] para la coordenada x y resolvemos T_2 en el dominio transformado. En concreto, utilizando la transformada de Fourier definida por

$$\tilde{f}(\alpha) = \mathfrak{F}\{f(x)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{i\alpha x} dx \quad (5.33)$$

las ecuaciones (5.31) y (5.32) se transforman en

$$\left(-\alpha^2 + \frac{d^2}{dy^2}\right)\tilde{T}(\alpha, y) = 0 \quad (5.34)$$

y

$$\begin{cases} T_2(x, y) = 0 & y = 0 \\ k \frac{\partial T_2}{\partial y} = \frac{P_H}{L_H W_H} & y = L, \quad |x| \leq \frac{W_H}{2} \end{cases} \quad (5.35)$$

La solución al problema dado por (5.34) y (5.35) es

$$\tilde{T}(\alpha, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{P_H}{k_2 L_H} \frac{\text{sen} \frac{W_H \alpha}{2}}{\frac{W_H \alpha}{2}} \frac{\text{senh}(\alpha y)}{\alpha \cosh(\alpha L)} \quad (5.36)$$

Por lo tanto, la solución en el dominio espacial (x, y) se obtiene mediante la transformada de Fourier inversa [20] definida como

$$f(x) = \mathfrak{F}^{-1}\{f(\alpha)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x)e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (5.37)$$

llegando a

$$T_2(x, y) = \frac{P_H}{2\pi k_2 L_H} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \frac{W_H \alpha}{2}}{\frac{W_H \alpha}{2}} \right) \frac{\sinh(\alpha y)}{\alpha \cosh(\alpha L)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (5.38)$$

Utilizando el teorema de la convolución [20]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_1(\alpha) \tilde{f}_2(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(x - \tau) d\tau \quad (5.39)$$

puede ser derivada una expresión equivalente de (5.38)

$$T_2(x, y) = \frac{P_H}{\pi k_2 L_H W_H} \int_{x-(W_H/2)}^{x+(W_H/2)} \operatorname{tgh} \left(\frac{\sinh\left(\frac{\pi y}{2L}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi \tau}{2L}\right)} \right) d\tau \quad (5.40)$$

A diferencia de (5.38), el integrando de (5.40) varía suavemente y puede ser evaluado satisfactoriamente mediante algoritmos de integración numérica sencillos [19].

Podemos descomponer la ecuación (5.40) en dos términos

$$F(x, y) = \int_{x-(W_H/2)}^{x+(W_H/2)} \operatorname{tgh} \left(\frac{\sinh\left(\frac{\pi y}{2L}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi \tau}{2L}\right)} \right) d\tau \quad (5.41)$$

con dimensiones de micrómetros y

$$T_2(x, y) = \vartheta F(x, y) \quad (5.42)$$

donde ϑ viene dada por $P_H/\pi k_2 L_H W_H$, con dimensiones de $^\circ\text{C}/\mu\text{m}$. De esta forma podremos determinar a partir de $F(x, y)$ la distribución espacial de la temperatura en la guiaondas, independientemente de la potencia suministrada al calentador y dimensiones de éste, así como de la conductividad del material de la guiaondas.

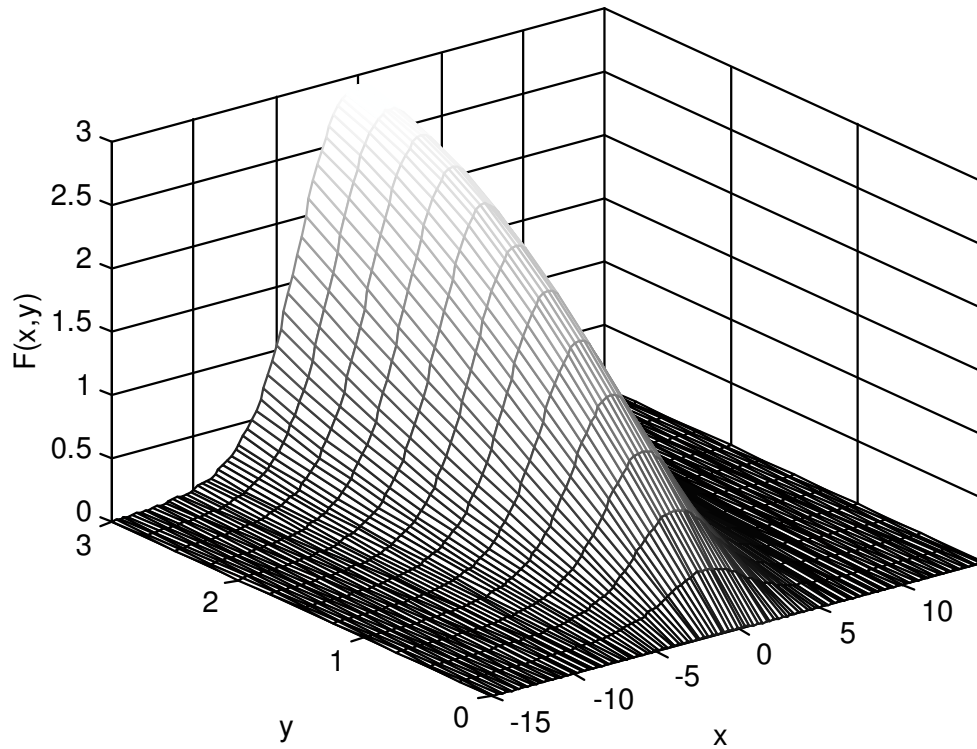


Figura 5.8: Magnitud de $F(x, y)$ en los diferentes puntos de la guiaonda.

En la Figura 5.8 se muestra la magnitud de la función $F(x, y)$ en micrómetros, para la guiaondas de la Figura 5.7, tomando $d_1 = 1,5 \mu\text{m}$, $d_2 = 1 \mu\text{m}$, $d_3 = 0,5 \mu\text{m}$ ($L = 3 \mu\text{m}$) y $W = W_H = 3 \mu\text{m}$. Podemos comprobar que la temperatura a ambos extremos del calentador no es nula y por consiguiente, el resultado dado por (5.30) no se corresponde totalmente con la realidad.

Conviene, a partir del cálculo numérico anterior, simplificar la ecuación (5.42) particularizándola para la guíaonda seleccionada, de modo que la temperatura en la guíaonda y sus proximidades viene dada por

$$T_2(x, y) = T_H(0,3)F^n(x, y) \quad (5.43)$$

donde $T_H(0,3)$ es la temperatura en el calentador y viene dada por $2,9145P_H / \pi k_2 L_H W_H$, con dimensiones de °C, y $F^n(x, y)$ es la función $F(x, y)$ normalizada a su valor máximo.

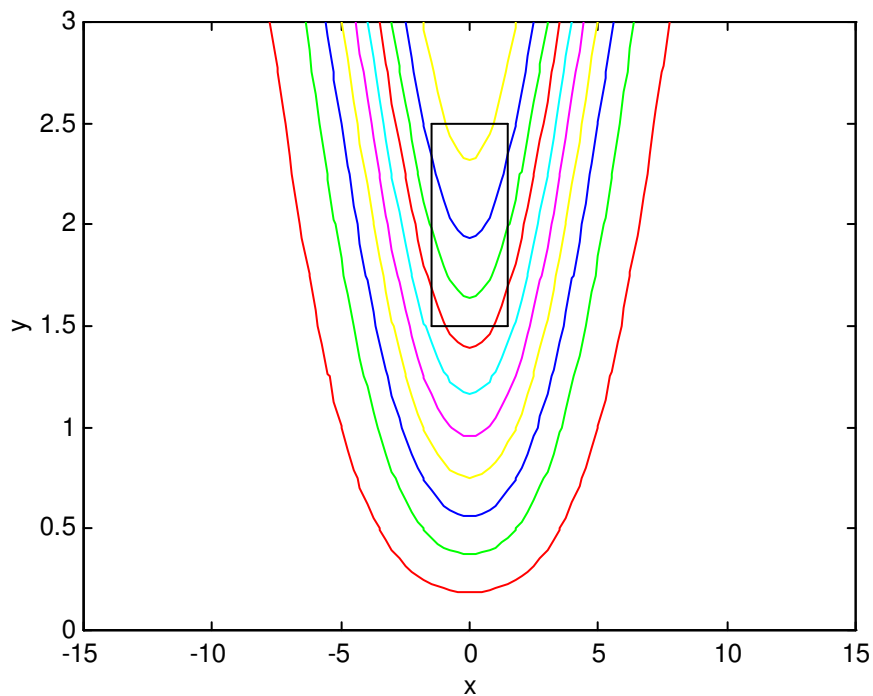


Figura 5.9: Curvas $F^n(x, y) = cte$ en la guíaondas.

En la Figura 5.9 se ilustran las curvas $F^n(x, y) = cte$ tomando un escalado de 0,1. La validez de estos resultados se puede corroborar con los resultados gráficos presentados en [5].

Gracias a la Figura 5.6, se determina también la distancia mínima entre calentadores para que éstos no interaccionen, siendo para el caso concreto estudiado de unos 6 μm .

Puesto que disponemos de un BMP 2D (es decir, no podemos definir la estructura en la dirección y), el mecanismo más realista para simular el cambio inducido en el índice de refracción en función de la temperatura, es promediar todos los valores de $F^n(x, y)$ en la dirección y . De esta forma, calculamos el perfil del índice de refracción en la dirección transversal x (la utilizada en el simulador junto a la de propagación z). El aspecto del índice de refracción a lo largo del núcleo de la guíaonda, en $y = 0,5 \mu\text{m}$, $y = 1,5 \mu\text{m}$, y el promediado, se muestra en la Figura 5.10 en verde, azul y rojo, respectivamente.

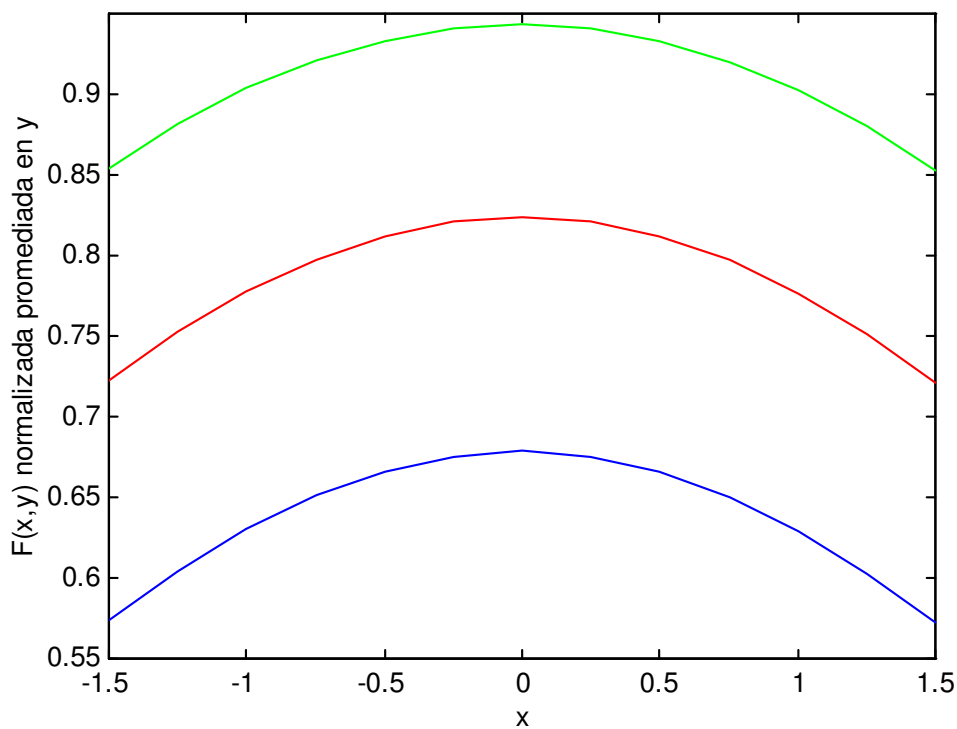


Figura 5.10: Función $F^n(x, y)$ promediada en y .

El siguiente paso es encontrar una expresión analítica que aproxime el perfil del índice de refracción en el núcleo. Tras una búsqueda exhaustiva, se llega a que la función buscada es la *gaussiana* dada por (5.44) con $w = 2,97 \mu\text{m}$

$$\tilde{F}^n(x) = c \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{w}\right)^2}}{\sqrt{2\pi w}} \quad (5.44)$$

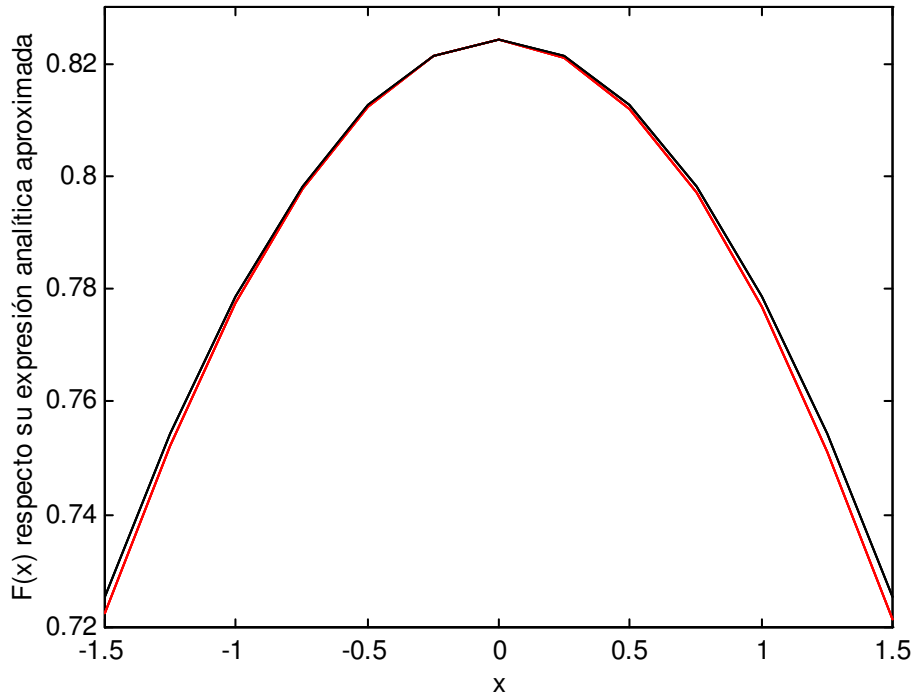


Figura 5.11: Aspecto de la función $F^n(x, y)$ promediada en y , y su función analítica aproximada dentro del núcleo de la guiaondas.

En la Figura 5.11 queda reflejada la buena correspondencia entre el perfil de $F^n(x, y)$ y el dado por $\tilde{F}^n(x)$ en (5.44), en color rojo y negro respectivamente, dentro del núcleo de la guiaondas bajo estudio.

Finalmente en la Figura 5.12, comprobamos que la aproximación *gaussiana* se sigue cumpliendo fuera del núcleo, hasta distancias de alrededor de dos veces la anchura de éste. El valor de c es 6,135, aunque será irrelevante al llevar a cabo la simulación. El parámetro que sí es importante, es el valor máximo de la temperatura en la guiaonda, correspondiente a 82,41 % de la temperatura a la que se mantiene el calentador, para la estructura de guiaondas y calentador consideradas.

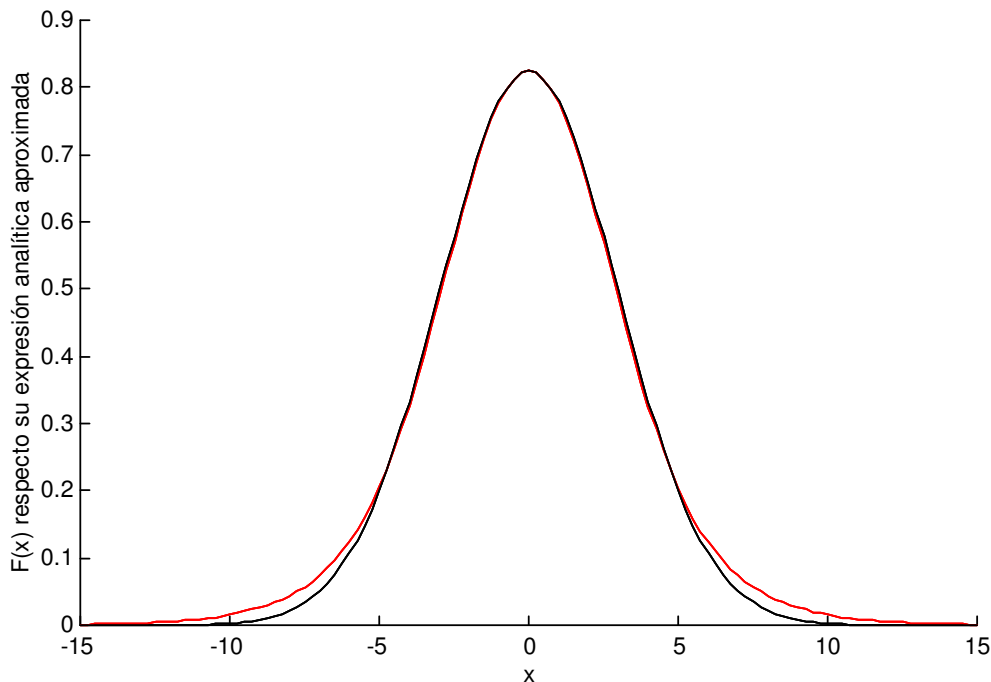


Figura 5.12: Aspecto de la función $F^n(x, y)$ promediada en y , y su función analítica aproximada.

5.3.4 Método de la función de Green

Otro método analítico para analizar la distribución de temperatura en la guíaondas, es el *método de Green* [13]. El método de Green ha sido típicamente utilizado para analizar circuitos integrados de microondas [22]. Una de sus principales ventajas, es la independencia de la función de la excitación, que en nuestro caso viene determinada por la geometría de los calentadores, dependiendo sólo de la ecuación diferencial en particular y de las condiciones de contorno impuestas.

Suponemos como en los casos anteriores un calentador muy largo ubicado en la superficie de la guíaondas, que consideramos compuesta por un único cristal o material, con la configuración presentada en la Figura 5.13. Si el espesor del cristal es suficientemente grande, el perfil de temperatura es independiente de z y puede ser escrito

como [18]

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - k \nabla^2 T = 0 \quad (5.45)$$

donde ρ y C son la densidad y capacidad específica del cristal respectivamente, k es la conductividad térmica del cristal y t el tiempo.

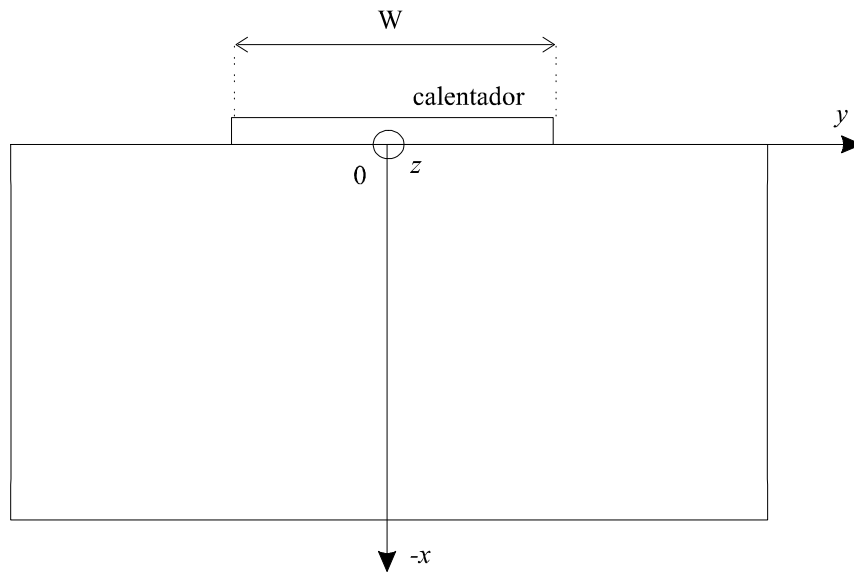


Figura 5.13: Geometría sobre la que aplicar el método de la función de Green.

En el caso de calentadores muy finos (menos de 50 nm) la disipación calorífica tiene lugar sólo en la interfaz núcleo-calentador ($x = 0$; $|y| \leq W/2$) y puede ser escrita de la siguiente forma

$$k \frac{\partial T}{\partial \bar{n}}(x, y, t) = \varphi(t)G(x, y); \quad |y| \leq W/2 \quad (5.46)$$

donde $\varphi(t)$ y $G(x, y)$ son dos funciones dadas y \bar{n} es el vector perpendicular a la superficie en el punto (x, y) . En el caso de condición de contorno variable de forma

continua, la solución de la ecuación (5.45) es [21]

$$T(x, y, t) = \int_0^t \varphi(t - \tau) \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (5.47)$$

donde $T_1(x, y, \tau)$ es la temperatura en el mismo cristal con la temperatura inicial igual a cero. Tanto T como T_1 satisfacen (5.45) y la solución de (5.45) es una función de Green si en el punto $(x, y) = (0, \xi)$ y $t = \tau$ hay una fuente calorífica constante [21]

$$G(x, y - \xi, t - \tau) = \begin{cases} 0; & t < \tau \\ \frac{\exp\left[-\frac{x^2 + (y - \xi)^2}{4a(t - \tau)}\right]}{4\pi k(t - \tau)}; & t \geq \tau \end{cases} \quad (5.48)$$

donde $a = k/\rho C$.

Bajo la suposición de distribución de calor proporcional la temperatura en la guíaonda viene dada por

$$T(x, y, t) = \int_{-\infty}^t \varphi(t - \tau) \int_{-w/2}^{+w/2} G(x, y - \xi, t - \tau) d\xi d\tau \quad (5.49)$$

donde la función dependiente del tiempo de la disipación calorífica $\varphi(t - \tau)$, viene dada en nuestro caso por

$$\varphi(t) = \frac{U^2}{R} t \quad (5.50)$$

siendo U el voltaje aplicado y R la resistencia del calentador. Si sustituimos la ecuación (5.50) en la (5.49) obtenemos

$$T(x, y, t) = \frac{U^2}{2\pi kR} \int_{-\infty}^t \int_0^{w/2} \exp\left[-\frac{x^2 + (y - \xi)^2}{4a(t - \tau)}\right] d\tau d\xi \quad (5.51)$$

y haciendo el cambio de variable $1/(t - \tau) = U'/t$ la ecuación (5.51) puede ser reescrita como

$$T(x, y, t) = \frac{U^2 t}{2\pi kR} \int_0^{w/2} \int_1^{\infty} \frac{\exp\left[-\frac{x^2 + (y - \xi)^2}{4at} U'\right]}{U'^2} d\xi dU' \quad (5.52)$$

La ecuación (5.52) presenta singularidades, con lo cual su resolución numérica no es sencilla. En [13] se tienen resultados gráficos que demuestran las conclusiones obtenidas mediante el método de separación de variables y el método de la transformada de Fourier, con la ventaja de realizar un análisis temporal de la distribución de temperatura en la guíaondas, comprobándose que la región en la que el índice de refracción es uniforme es más profunda a mayor tiempo transcurrido desde que se aplica el voltaje al calentador.

En [22] se deriva la función de Green en tres dimensiones para un modulador electroóptico, pudiendo conocer así el potencial en la estructura completa y diseñar electrodos de una geometría arbitraria. Proporciona además buenas referencias sobre diferentes métodos para resolver la ecuación de Poisson en un medio anisótropo en dos dimensiones, encontrando así la distribución de potencial al disponer un electrodo.

5.3.5 Métodos numéricos

Los métodos presentados hasta ahora han destacado por el empleo de técnicas analíticas. Esta aproximación que trata el cuerpo conductor como un cuerpo continuo, facilita una gran cantidad de información sobre la naturaleza relativa del problema que se estudia. Como hemos visto, mediante la acertada aplicación de este análisis e hipótesis razonables, se puede determinar la temperatura en cualquier punto de la guíaondas. No

obstante, existen técnicas numéricas más exactas, que de hecho permiten resolver cualquier tipo de problema, aunque a consta de renunciar a una expresión analítica. Son por lo tanto especialmente recomendables para resolver el problema de conducción de calor tridimensional y en régimen transitorio.

Un método numérico posible es la representación de las derivadas en la ecuación de la conducción del calor por *aproximaciones en diferencias finitas* [18]. En los últimos años se ha desarrollado una técnica nueva y muy eficaz, llamada *método de elementos finitos*, para el análisis numérico de los problemas de conducción de calor [19].

El principio básico de la aproximación numérica a los problemas de conducción de calor, es la sustitución de la ecuación diferencial para la distribución continua de la temperatura en un sólido conductor de calor, mediante una ecuación de diferencias finitas que debe cumplirse solamente en ciertos puntos del sólido. Para ello, es necesario realizar un desarrollo de Taylor. Dada una función de dos variables independientes $f(\zeta, \eta, \psi)$, tenemos que sus derivadas segundas se pueden aproximar por⁶

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} \right)_{\zeta, \eta, \psi} \approx \frac{1}{h_1^2} [f(\zeta + h_1, \eta, \psi) - 2f(\zeta, \eta, \psi) + f(\zeta - h_1, \eta, \psi)] \\ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right)_{\zeta, \eta, \psi} \approx \frac{1}{h_2^2} [f(\zeta, \eta + h_2, \psi) - 2f(\zeta, \eta, \psi) + f(\zeta, \eta - h_2, \psi)] \\ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \psi^2} \right)_{\zeta, \eta, \psi} \approx \frac{1}{h_3^2} [f(\zeta, \eta, \psi + h_3) - 2f(\zeta, \eta, \psi) + f(\zeta, \eta, \psi - h_3)] \end{array} \right. \quad (5.53)$$

⁶ Debe hacerse notar, que pueden escribirse otras aproximaciones para la derivada segunda, sin embargo, para los análisis de conducción de calor, se emplea más la diferencia central aquí presentada.

Para aplicar estas ecuaciones en (5.31) se subdivide la región que forma el electrodo con los alrededores de la guíaonda, y se subdividen las direcciones x , y y z , por incrementos de δx , δy y δz respectivamente. La aproximación resultante de la temperatura en el punto a en función de las temperaturas en los puntos próximos b, c, d, e, f , y g es⁷

$$\frac{k}{(\delta x)^2}(t_b - 2t_a + t_c) + \frac{k}{(\delta y)^2}(t_d - 2t_a + t_e) + \frac{k}{(\delta z)^2}(t_f - 2t_a + t_g) + q_a = 0 \quad (5.54)$$

Esta ecuación deberá cumplirse en cada punto de la guíaondas, en función de sus puntos colindantes, considerando también las condiciones de contorno impuestas. Para encontrar la solución en un cuerpo dividido en una red $m_1 \times m_2 \times m_3$, precisará de este modo, resolver un total de $(m_1 \times m_2 \times m_3)$ ecuaciones, teniendo poca importancia desde el punto de vista de cálculo computacional el que $m_1 = m_2 = m_3$.

Por la naturaleza numérica de los algoritmos BMP, la simulación de los efectos termoóptico y electroóptico por el método de elementos finitos es la ideal para integrar conjuntamente con éstos. No obstante, para una simulación óptima, puesto que la disposición de los calentadores y electrodos produce una variación del índice de refracción dependiente tanto de la dirección x como de la dirección y , debería trabajarse con algoritmos BMP 3D. Además, puesto que el efecto electroóptico requiere de medios anisótropos, la utilización de algoritmos BMP 2D, produciría mayores divergencias entre los resultados obtenidos mediante simulaciones y los resultados reales.

⁷ En el caso bidimensional, para calcular la temperatura en un punto, se ha de considerar la temperatura en los cuatro puntos próximos, considerando que la longitud del electrodo en la dirección de propagación es unitaria.

5.4 Referencias

- [1] C. S. Tsai and P. Lee. “*4×4 nonblocking integrated acousto-optic space switch*”. Applied Physics Letters, vol. 60, no. 4, pp. 431-433, 1992.
- [2] Chin C. Lee and Tzu J. Su. “*2×2 single mode zero-gap directional-coupler thermo-optic waveguide switch on glass*”. Applied Optics, vol. 33, no. 30, pp. 7.016-7.022, 1984.
- [3] J. E. Zucker, K. L. Jones, T. H. Chiu, B. Tell and K. Brown-Goebeler. “*Strained quantum wells for polarization-independent electrooptic waveguide switches*”. Journal of Lightwave Technology, vol. 10, no. 12, pp. 1.926-1.930, 1992.
- [4] C. Thompson and B. L. Weiss. “*Acousto-optic interactions in AlGaAs-GaAs planar multilayer waveguide structures*”. Journal of Quantum Electronics, vol. 33, no. 9, pp. 1.601-1.607, 1997.
- [5] Y. Hida, K. Onose and S. Imamura. “*Moisture-induced drift in thermo-optic phase shifters composed of deuterated and fluorinated methacrylate polymer waveguides*”. Applied Optics, vol. 36, no. 27, pp. 6.828-6.837, 1997.
- [6] Robert G. Hunsperger. “*Integrated optics. Theory and Technology*”. Springer, 4th ed., ch. 1, 1995.
- [7] Paul E. Green, Jr. “*Fiber optic networks*”. Prentice Hall, ch. 7, 1993.
- [8] J. P. Weber, B. Stoltz and O. Öberg. “*A new tunable demultiplexer using a multi-leg Mach-Zehnder interferometer*”. (ECIO'97) 8th European Conference on Integrated Optics, Stockholm, Sweden, pp. 272-275, 2-4 April 1997.
- [9] W. Warzanskyj, F. Heismann and R. C. Alferness. “*Polarization independent electro-optically tunable narrow-band wavelength filter*”. Applied Physics Letters, vol 53, no. 1, 1988.
- [10] M. Hanura and J. Koyama. “*Thermo-optic deflection and switching in glass*”. Applied Optics, vol. 21, no. 19, pp. 3.461-3.465, 1982.
- [11] J. C. Campbell and Tingye Li. “*Electro-optic multimode waveguide modulator or switch*”. Journal of Applied Physics, vol. 50, no.10, 1979.

- [12] Weyl-kuo Wang, H. Jong Lee and Philip J. Anthony. “*Planar silica-glass optical waveguides with thermally induced lateral mode confinement*”. Journal of Lightwave Technology, vol. 14, no. 3, pp. 429-436, 1996.
- [13] George Svechnikov. “*Integrated optical devices based on the thermo-optic effect*”. SPIE Multigigabit Fiber Communications Systems, vol. 2.024, pp. 406-411, 1993.
- [14] Dietrich Marcuse. “*Theory of dielectrical optical waveguides*”. Academic Press, 2^a ed., 1991.
- [15] Carlos Llorente Mayor. “*Estudio y diseño de multiplexores por división en longitud de onda (WDM)*”. Tesis Doctoral, Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones e Ingeniería Telemática, Universidad de Valladolid, 1997.
- [16] P.-C. Lee and E. Voges. “*Three-Dimensional semi-vectorial wide-angle beam propagation method*”. Journal of Lightwave Technology, vol. 12, no. 2, pp. 215-225, 1994.
- [17] R. Kent Nagle, y Edward B. Saff. “*Fundamentos de ecuaciones diferenciales*”. Addison-Wesley Iberoamericana, 2^a ed., cap. 11, 1992.
- [18] Alan J. Chapman. “*Transmisión del calor*”. Librería Editorial Bellisco (Madrid), 3^a ed. (4^a inglesa), 1974.
- [19] Richard L. Burden y J. Douglas Faires. “*Análisis numérico*”. Grupo Editorial Iberoamericana, 2^a ed., 1996.
- [20] Allan Pinkus and Sumy Zafrany. “*Fourier series and intergral transforms*”. Cambridge University Press, 1997.
- [21] Milton Abramovitz and Irene A. Stegun (Editores). “*Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables*”. Dover, 1973.
- [22] T. Sphicopoulos, A. Chipouras and K. Liolioussis. “*Green function for the three-dimensional analysis of electro-optic modulators*”. Applied Optics, vol. 30, no. 27, pp. 3.862-3.866, 1991.