
4. Desfasamiento de una señal óptica

*Education is a progressive discovery of our own
ignorance.*

Will Durant

En este capítulo se estudiarán detalladamente los efectos electroóptico, termoóptico y acustoóptico, por medio de los cuales es posible desfasar electrónicamente una señal óptica.

4.1 Birrefringencia

4.1.1 Introducción

Un material *birrefringente* se denomina así porque es capaz de originar una doble refracción; esto es, la aparición de dos haces luminosos refractados debido a dos índices de refracción para un único material.

Los medios *anisótropos* se caracterizan por presentar distintas propiedades ópticas, mecánicas y eléctricas para distintas direcciones debido a que el índice de refracción no es el mismo en sus distintas direcciones, y de este modo, tampoco lo es la velocidad de una onda propagándose a través de él. Este efecto, si se trata de medios cristalinos, tiene su origen en que los cristales presentan disimetrías en la disposición de los átomos de distinta especie para formar su célula elemental básica, y también en la red cristalina, según la forma en que se repita la celda base para constituir el cristal. También puede aparecer la misma propiedad en medios ópticamente *isótropos*, cuando son sometidos a tensiones mecánicas, eléctricas o magnéticas.

La permitividad eléctrica, o constante dieléctrica, ϵ , que en los medios isótropos es un escalar [1], en el caso de los medios anisótropos se trata de un tensor. De este modo, los vectores campo eléctrico \mathbf{E} , y desplazamiento eléctrico \mathbf{D} , quedan ligados, suponiendo un sistema de referencia cartesiano, por la siguiente relación tensorial

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

la cual puede escribirse abreviadamente, como $\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E}$, siendo $\hat{\epsilon}$ el tensor dieléctrico. Puesto que el índice de refracción se relaciona con la permitividad relativa por $n = \sqrt{\epsilon_r}$ [1], queda claro que éste también depende de la dirección en el caso de un medio anisótropo.

4.1.2 Birrefringencia natural

Consideramos un medio dieléctrico entre dos placas metálicas paralelas, sometidas a un voltaje constante. El campo eléctrico a través del medio produce la aparición de dipolos alineados en la dirección de dicho campo, a lo largo del material. La polarización eléctrica resultante \mathbf{P} , en relación con el campo eléctrico y el desplazamiento eléctrico, viene dada por la ecuación [2]

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E} \quad (4.2)$$

La susceptibilidad eléctrica del medio χ , se define como, $\chi = \epsilon_r - 1$. Considerando el sistema de referencia cartesiano y la anisotropía óptica del medio, tenemos que la polarización se relaciona con el campo eléctrico aplicado por

$$\begin{aligned}
 P_x &= \varepsilon_0 (\chi_{xx} E_x + \chi_{xy} E_y + \chi_{xz} E_z) \\
 P_y &= \varepsilon_0 (\chi_{yx} E_x + \chi_{yy} E_y + \chi_{yz} E_z) \\
 P_z &= \varepsilon_0 (\chi_{zx} E_x + \chi_{zy} E_y + \chi_{zz} E_z)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

A la matriz de componentes χ_{ij} 3×3 , se la denomina tensor susceptibilidad y se representa por $\hat{\chi}$. Eligiendo los ejes (x, y, z) relativos a la estructura cristalina del material, desaparecen las componentes fuera de la diagonal principal [3]¹

$$\begin{aligned}
 P_x &= \varepsilon_0 \chi_{xx} E_x \\
 P_y &= \varepsilon_0 \chi_{yy} E_y \\
 P_z &= \varepsilon_0 \chi_{zz} E_z
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 D_x &= \varepsilon_{xx} E_x \\
 D_y &= \varepsilon_{yy} E_y \\
 D_z &= \varepsilon_{zz} E_z
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Estas direcciones se conocen por *ejes principales del cristal* y los términos ε_{xx} , ε_{yy} y ε_{zz} , son las *constantes dieléctricas principales*. Como vemos, $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0(1 + \chi_{xx})$, $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_0(1 + \chi_{yy})$ y $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_0(1 + \chi_{zz})$. Los índices de refracción principales, que caracterizan los cristales anisótropos, vienen dados por, $n_x = \sqrt{\varepsilon_{xx}/\varepsilon_0} = \sqrt{1 + \chi_{xx}}$, $n_y = \sqrt{1 + \chi_{yy}}$ y $n_z = \sqrt{1 + \chi_{zz}}$.

Si consideramos una onda plana propagándose en la dirección z , y el campo eléctrico es paralelo a la dirección x , éste inducirá solamente, ateniéndonos a (4.4) y (4.5), una polarización P_x , y experimentará una permitividad ε_{xx} , es decir, el índice de refracción n_x . De la misma forma, si la onda tiene su plano de polarización en la dirección

¹ Véase el desarrollo matemático del apéndice E.

y, experimentará un índice n_y . Una onda no polarizada, propagándose en la dirección z , puede considerarse como la suma de dos componentes con polarizaciones paralelas a las direcciones x e y . Las dos componentes viajan a través del cristal con diferentes velocidades de fase [1], y por consiguiente, se van desfasando progresivamente, de modo que el resultado en un punto z arbitrario será una onda elípticamente polarizada. La naturaleza exacta de la luz depende de la diferencia de fase y de las amplitudes relativas de las dos componentes.

Los cristales anisótropos se dividen en dos clases. Los *cristales uniáxicos* se caracterizan porque $n_x = n_y$, es decir, sólo tienen dos índices de refracción principales. Por consiguiente la dirección z es la única en la que velocidad de propagación es independiente de la polarización de la onda. Al eje z se denomina *eje óptico*, concepto que no se debe confundir con el de eje de simetría cristalina. La magnitud $\Delta n = n_z - n_x$ es una medida de la birrefringencia y de hecho se la suele llamar así. Se dice que un material es uniaxialmente birrefringente positivo o negativo dependiendo del signo de Δn [3]. Los *cristales biáxicos*, son los que tienen dos ejes ópticos. Estos ejes no coinciden con ninguno de los ejes principales y por consiguiente n_x, n_y y n_z son diferentes.

Aplicando la teoría electromagnética de Maxwell al medio anisótropo, la densidad de energía eléctrica en el dieléctrico, a partir de (4.5), vendrá dada por

$$W_E = \frac{1}{2} \mathbf{D} \mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{D_x^2}{\epsilon_{xx}} + \frac{D_y^2}{\epsilon_{yy}} + \frac{D_z^2}{\epsilon_{zz}} \right) \quad (4.6)$$

La superficie de energía constante toma pues la forma de un elipsoide en un espacio en tres dimensiones donde el vector \mathbf{D} define las coordenadas. Dividiendo ambos miembros de la igualdad por W_E , y escribiendo $x = D_x^2 / 2\epsilon_0 W_E$, $y = D_y^2 / 2\epsilon_0 W_E$ y $z = D_z^2 / 2\epsilon_0 W_E$, podemos expresar la relación (4.6) como

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (4.7)$$

ecuación que representa un elipsoide de semiejes n_x, n_y y n_z denominado *elipsoide de los índices*.

Los ejes del elipsoide de los índices coinciden con los de simetría cristalina, pero en general no con los ejes ópticos. En la clasificación de los cristales nos encontramos con cristales del sistema:

- *Cúbico*; en los que $n_x = n_y = n_z$. Tienen pues, tres ejes de simetría equivalentes, perpendiculares entre sí dos a dos. El elipsoide de los índices tiene los tres semiejes iguales y se convierte en una esfera. De este modo, todas las direcciones son equivalentes y se comportan como medios isótropos.
- *Hexagonal, tetragonal y trigonal*; en los que $n_x = n_y \neq n_z$. Tienen un eje de simetría superior. El elipsoide de los índices es de revolución en torno a este eje y es, por tanto, el único eje óptico.
- *Rómbico, monoclinico y triclinico*; en los que $n_x \neq n_y \neq n_z$. No tienen direcciones de simetría privilegiadas. El elipsoide es ordinario. Son los cristales ópticamente biáxicos.

Para un cristal uniaxial, con $n_x = n_y \neq n_z$, se tiene un elipsoide con simetría circular a lo largo del eje z . A n_x se le conoce por índice de refracción ordinario, n_o , y a n_z por índice de refracción extraordinario, n_e . De este modo que podemos escribir (4.7), como

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (4.8)$$

Consideramos que la luz se propaga en la dirección \mathbf{r} , formando un ángulo θ con el eje óptico z , como se muestra en la Figura 4.1. Debido a la simetría circular, podemos suponer, sin pérdida de generalidad, que el eje y coincide con la proyección de \mathbf{r} en el plano x - y . El plano normal a \mathbf{r} intersecta el elipsoide en la elipse sombreada. Las dos direcciones posibles de polarización son paralelas a los ejes de la elipse y de esta forma, se corresponden con OP y OQ ; siendo perpendiculares por tanto a \mathbf{r} , así como a ellas mismas. Las dos ondas polarizadas a lo largo de estas direcciones tienen índices de refracción $OP \equiv n_o$ la onda ordinaria, y $OQ \equiv n_e(\theta)$ la onda extraordinaria. En el caso de la onda extraordinaria, el plano de polarización varía con θ al igual que lo hace el índice de refracción.

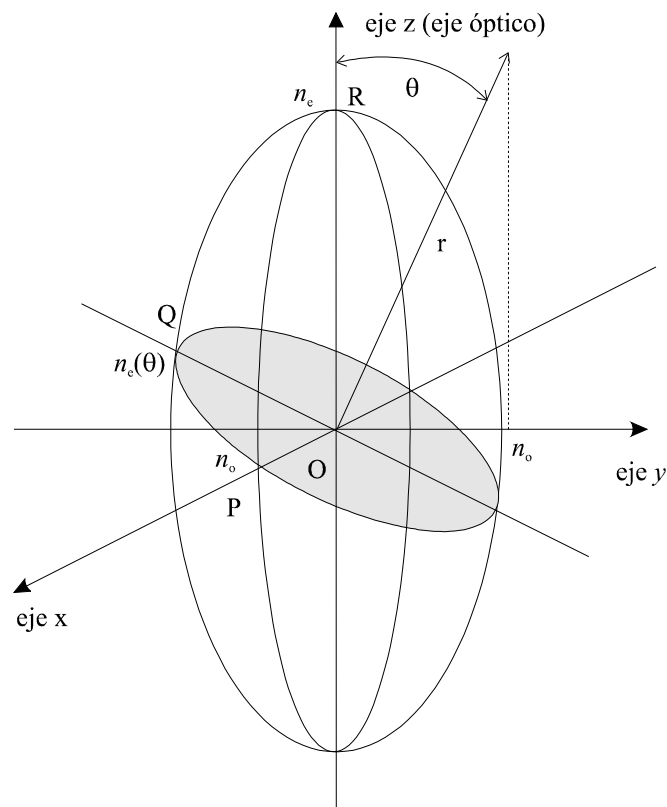


Figura 4.1: Elipsoide de los índices de refracción para un cristal uniaxial.

Podemos determinar la relación entre $n_e(\theta)$, n_e y n_o , con ayuda de la Figura 4.2, que muestra la intersección del elipsoide de los índices con el plano y - z . Del esquema, vemos que

$$n_e^2(\theta) = z^2 + y^2 \quad (4.9)$$

y

$$z = n_e(\theta) \sin\theta \quad (4.10)$$

Sustituyendo (4.9) y (4.10) en la ecuación de la elipse mostrada, dada por

$$\frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (4.11)$$

tenemos que

$$\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} = \frac{1}{n_e^2(\theta)} \quad (4.12)$$

Así, para $\theta = 0^\circ$, es decir, si la propagación es a lo largo del eje óptico, $n_e(0^\circ) = n_o$, mientras que para $\theta = 90^\circ$, $n_e(90^\circ) = n_e$. Las dos polarizaciones que pueden darse se corresponden con el máximo y mínimo de los índices de refracción dados por el elipsoide de los índices (en el caso de cristales positivos $n_e > n_o$, mientras que para cristales negativos $n_e < n_o$). Para propagación paralela al eje óptico, no hay birrefringencia ya que la sección del elipsoide perpendicular a esta dirección es un círculo. Para propagación perpendicular al eje óptico, por ejemplo la dirección x , la birrefringencia es máxima, y las polarizaciones permitidas son paralelas al eje y (con índice de refracción n_o) y paralelas al eje z (con índice de refracción n_e).

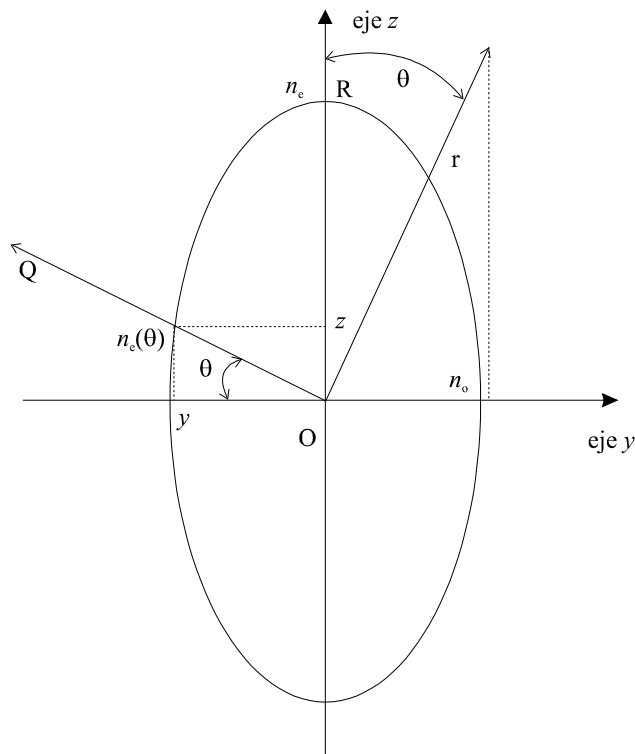


Figura 4.2: Intersección del elipsoide de los índices con el plano y-z.

4.1.3 Birrefringencia inducida

Podemos ver la birrefringencia como una estimulación de los átomos del material para, partiendo de la onda primaria, emitir ondas secundarias, que avanzan hacia la siguiente capa de átomos. Cuando un campo eléctrico es aplicado a un material anisótropo, se pueden introducir nuevos ejes principales, mientras que la birrefringencia puede ser inducida en materiales isotrópos, como el GaAs. El campo eléctrico cambia la forma del elipsoide de los índices como resultado del cambio del tensor de permitividades $\hat{\epsilon}$. Tras la deformación, los ejes del elipsoide ya no se corresponden con los ejes principales originales. Calculando la densidad de energía eléctrica del cristal, considerando que el tensor $\hat{\epsilon}$ es simétrico² y haciendo el cambio, $x = E_x / \sqrt{2W_E}$, $y = E_y / \sqrt{2W_E}$ y

² El teorema de la energía, es por supuesto válido en medios anisótropos, pero su validez implica que el tensor debe ser hermítico, es decir $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}^*$, por lo que sus nueve componentes se reducen a seis

$z = E_z / \sqrt{2W_E}$; siendo E_x , E_y y E_z las componentes en la dirección x , y , y z , respectivamente, del campo eléctrico correspondiente a la onda luminosa que viaja por el material, se llega a la siguiente ecuación

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1 \quad (4.13)$$

la cual generalmente se representa, considerando $b_i = (1/n^2)_i$; $i = 1, 2 \dots 6$, por

$$b_1 x^2 + b_2 y^2 + b_3 z^2 + 2b_4 yz + 2b_5 xz + 2b_6 xy = 1 \quad (4.14)$$

Tabla 4.1: Constantes ópticas³ de algunos cristales [5].

Cristal	Constantes ($\times 10^{-12}$ m/V)	Índices de refracción
ADP ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$)	$r_{41}=28$ $r_{63}=8,5$	$n_o=1,52$ $n_e=1,48$
BaTiO ₃ (30° C)	$r_{13}=8$ $r_{42}=820$ $r_{33}=23$	$n_o=2,41$ $n_e=2,36$
BSO	$r_{41}=2,54$	$n_o=5$
CdTe a 10,6 μm	$r_{41}=6,8$	$n_o=2,6$
Cuarzo	$r_{41}=0,2$ $r_{63}=0,93$	$n_o=1,54$ $n_e=1,55$
CuCl	$r_{41}=6,1$	$n_o=1,97$
GaAs a 10,6 μm	$r_{41}=1,6$	$n_o=3,34$
GaP	$r_{41}=0,97$	$n_o=3,31$
KD ₂ PO ₄	$r_{63}=23,6$	$\approx 1,5$
KDP (KH_2PO_4)	$r_{41}=8,6$ $r_{63}=10,6$	$n_o=1,51$ $n_e=1,47$
LiNbO ₃	$r_{13}=8,6$ $r_{22}=3,4$ $r_{33}=30,8$ $r_{42}=28$	$n_o=2,29$ $n_e=2,20$
LiTaO ₃ (30° C)	$r_{13}=5,7$ $r_{33}=30,3$	$n_o=2,175$ $n_e=2,180$
ZnS	$r_{41}=2,0$	$n_o=2,37$
ZnTe a 10,6 μm	$r_{41}=3,9$	$n_o=2,79$

El campo eléctrico aplicado da lugar a un cambio en los índices de refracción ordinario y extraordinario. Es decir, al aplicar un campo eléctrico E^a , suponiendo una

independientes. La demostración se puede encontrar en el capítulo 4 de [4].

³ Valor típico a una λ de 530 nm. A partir de los valores reflejados en [6], puede hacerse una idea de la

respuesta lineal del medio, cada una de las componentes de (4.14), se transforma en $b_i + \Delta b_i$. Este cambio puede ser escrito como

$$\Delta b_i = \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j^a \quad (4.15)$$

donde $i = 1, 2, \dots, 6$, $j = 1, 2, 3$, y r_{ij} son las componentes del tensor electroóptico con 6×3 elementos. El valor numérico de las constantes r_{ij} depende de la simetría del cristal y del material [5], y están tabuladas para los 32 grupos puntuales [3]⁴ y para la mayoría de los materiales en uso. Afortunadamente, la mayoría de las 18 componentes son nulas. En la Tabla 4.1 tenemos los valores de r_{ij} , n_o y n_e , para algunos materiales relevantes.

Si consideramos un cristal KPD (KH_2PO_4), del sistema cúbico, de la ecuación (4.15) y la Tabla 4.1, tenemos que el elipsoide de los índices sigue una ecuación

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{41} yz E_x^a + 2r_{41} xz E_y^a + 2r_{63} xy E_z^a = 1 \quad (4.16)$$

Nótese como los tres primeros términos son independientes del campo eléctrico aplicado y están relacionados con n_o y n_e , y el campo induce términos cruzados yz , xz , y xy , en la ecuación del elipsoide de los índices de modo que el elipsoide ya no es paralelo a los ejes x , y , z , como se mencionó en el apartado 4.1.2. Ahora tenemos que encontrar las magnitudes y direcciones de los nuevos ejes, en presencia del campo eléctrico, de modo que estemos en condiciones de determinar su efecto sobre la propagación de las ondas electromagnéticas. Es común restringir el campo a la dirección z (eje óptico original), de modo que $E_x^a = E_y^a = 0$ de forma que la ecuación (4.16) queda

dependencia con λ de las constantes ópticas.

⁴ Véase la tabla del apéndice D.

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63}xyE_z^a = 1 \quad (4.17)$$

El problema ahora es encontrar un nuevo sistema de coordenadas (x', y', z') , en el cual la ecuación (4.17) no tenga términos cruzados y tome la forma de la ecuación (4.7), es decir

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y'^2}{n_{y'}^2} + \frac{z'^2}{n_{z'}^2} = 1 \quad (4.18)$$

La longitud de los ejes principales del elipsoide son, por consiguiente, $2n_{x'}$, $2n_{y'}$ y $2n_{z'}$, y, por lo general, dependerán del campo eléctrico aplicado. Analizando las ecuaciones (4.17) y (4.18), se ve que el eje z es paralelo a z' y así $n_{z'} = n_e$. Y también la ecuación (4.17) es simétrica en x e y , de modo que los nuevos ejes x' e y' soportan relaciones semejantes con los ejes principales x e y ; están de hecho rotados 45° como se muestra en la Figura 4.3. Las relaciones entre los dos conjuntos de ejes son

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos 45^\circ + y' \sin 45^\circ \\ y &= -y' \sin 45^\circ + x' \cos 45^\circ \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Sustituyendo (4.19) en (4.17) tenemos

$$x'^2 \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63} E_z^a \right) + y'^2 \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63} E_z^a \right) + \frac{z'^2}{n_e^2} = 1 \quad (4.20)$$

La ecuación (4.20) muestra que x' , y' , z' son los nuevos ejes principales y que el campo aplicado ha rotado la elipse y cambiado la longitud de los ejes principales. De las ecuaciones (4.18) y (4.20) se ve que la longitud del eje principal en la dirección x' , $2n_{x'}$, viene dado por

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \frac{1}{n_o^2} - r_{63} E_z^a \quad (4.21)$$

y el cambio en el índice de refracción puede ser evaluado dándose cuenta que

$$\frac{1}{n_{x'}^2} - \frac{1}{n_o^2} = \frac{(n_o - n_{x'})(n_o + n_{x'})}{n_{x'}^2 n_o^2} \approx \frac{2(n_o - n_{x'})}{n_o^3} \quad (4.22)$$

donde la simplificación realizada, se ha hecho asumiendo que el cambio es muy pequeño, de modo que $n_{x'} \approx n_o$. Por lo tanto

$$n_{x'} = n_o + \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z^a \quad (4.23)$$

y procediendo de forma semejante

$$n_{y'} = n_o - \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z^a \quad (4.24)$$

y, como se mencionó previamente

$$n_z = n_e \quad (4.25)$$

Otras relaciones semejantes pueden derivarse para otros tipos de cristales y en general $n = \pm n_o^3 r E^a / 2$, pero el valor de r varía dependiendo del cristal.

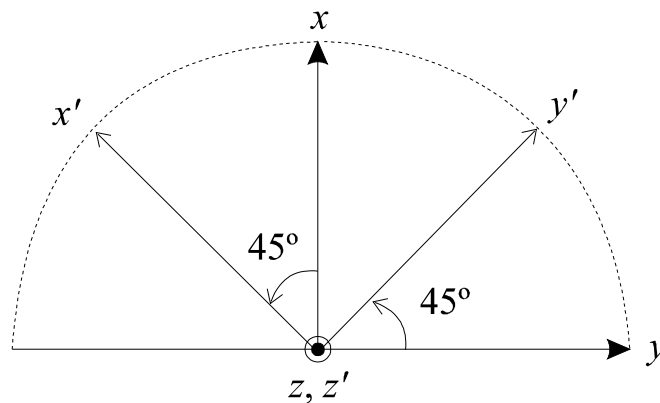


Figura 4.3: Rotación de los ejes principales para el KDP.

4.2 Efecto electroóptico

4.2.1 Introducción

Se conoce por *efecto electroóptico* a la variación que sufre el índice de refracción de un medio al aplicarle un campo eléctrico. La presencia de un campo eléctrico sobre la materia da lugar a que la distribución de sus electrones se distorsione, produciendo dipolos o reorientando los existentes. En concreto, el campo estático aplicado modifica el tensor dieléctrico y, por lo tanto el elipsoide de los índices, que es quien define el tipo de anisotropía del medio.

Supondremos que aplicamos campos estáticos (o modulados en amplitud a muy baja frecuencia [1]) a medios anisótropos, lo que origina alteraciones en los índices de refracción dependiendo de la intensidad del campo. No obstante, estas variaciones son muy pequeñas, pudiendo escribir la variación del índice de refracción con el campo aplicado de la siguiente forma

$$n(\mathbf{E}) = n(0) + a\mathbf{E} + b\mathbf{E}^2 \quad (4.26)$$

donde $n(0)$ es el índice de refracción cuando el campo aplicado es nulo. El segundo término es el efecto lineal o *efecto Pockels*, que es el de mayor importancia práctica, y el tercero es el efecto cuadrático o *efecto Kerr*.

En los materiales que no poseen centro de inversión, existen $r_{ij} \neq 0$. En este caso, para los valores usuales del campo eléctrico (≤ 100 V/cm), el efecto cuadrático es despreciable frente al lineal. No obstante, la gran mayoría de los materiales no son centrosimétricos a temperatura ambiente.

4.2.2 Efecto Pockels

El efecto Pockels, o variación lineal del índice de refracción del medio ante la aplicación de un campo externo, tiene su explicación en la ecuación (4.15), donde a los coeficientes r_{ij} se los denomina coeficientes lineales.

Por consiguiente, la variación inducida en el índice de refracción por el efecto Pockels se deduce de (4.15) como

$$\Delta n_i = -\frac{1}{2} n_i^3 \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j^a \quad (4.27)$$

donde los coeficientes r_{ij} (ya presentados en la Tabla 4.1 para algunos de los materiales más utilizados), dependen del campo eléctrico aplicado, de la frecuencia de la luz que se propaga y de la temperatura. La dependencia con la frecuencia del campo eléctrico aplicado proviene del acoplamiento con los modos de vibración del sólido. La debida a la frecuencia de la luz que se propaga está originada por el acoplamiento con excitaciones electrónicas del sólido. Finalmente, la temperatura influye, por ejemplo, en los materiales ferroeléctricos, ya que al acercarse a la temperatura de la transición ferroparamagnética (temperatura de curie T_c) se produce un aumento de la distorsión de la red inducida por el

campo eléctrico [7].

Consideremos un haz luminoso propagándose en la dirección z a través de un cristal como el KDP, estudiado en el apartado 4.1.3, con su plano de polarización paralelo al eje x' , tal y como se ilustra en la Figura 4.4. Si el haz incidente viene dado por $E_{x'} = E_0 \cos(\omega t)$ y el cristal tiene una longitud L , el retardo que sufrirá será

$$\Delta\phi_{x'} = kL\Delta n_{x'} \quad (4.28)$$

y a partir de la ecuación (4.23) y puesto que $E_z^a = V/L$

$$\Delta\phi_{x'} = k \frac{n_o^3}{2} r_{63} V \quad (4.29)$$

es decir, el campo a la salida es $E_{x'} = E_0 \cos\left(\omega t - k\left(n_o + \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z^a\right)L\right)$.

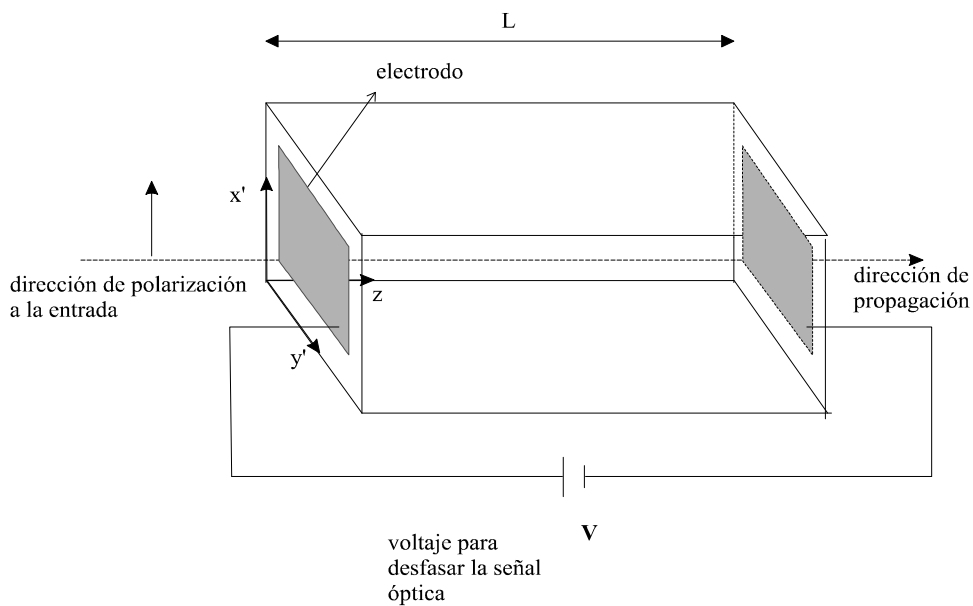


Figura 4.4: Desfasador electroóptico longitudinal.

Nótese como el cambio de fase depende directamente del voltaje aplicado y es independiente de la anchura del cristal. Definimos el voltaje $V_{2\pi}$, como aquel necesario para dar lugar a un cambio de fase de π radianes. Es decir

$$V_{2\pi} = \frac{\lambda}{n_o^3 r_{63}} \quad (4.30)$$

que depende de la longitud de onda y de la naturaleza del material y determina el rango de voltajes a utilizar. A partir de los valores de la Tabla 4.1, se puede ver que son demasiado grandes para ser utilizados con dispositivos integrados.

El desfasador descrito se conoce por desfasador electroóptico longitudinal, pues el campo eléctrico se aplica en la dirección de propagación del haz luminoso. Se puede conseguir mediante electrodos semitransparentes, pero da lugar a procesos de fabricación muy caros. Para evitarlo se han desarrollado electrodos en forma de anillo [8].

En general es preferible el modo de operación transversal, ya que los electrodos no interfieren con el haz luminoso, y el retardo, siendo proporcional a la longitud del cristal, puede ser aumentado utilizando cristales más largos, lo cual no ocurre en el modo longitudinal.

Consideramos un haz de luz propagándose en la dirección y' a través de un cristal como el KDP, con su plano de polarización a 45° de los ejes por x' y z . En vista a que dichas componentes del campo experimentan unos índices de refracción dados por (4.23) y (4.25), se irán progresivamente desfasando a medida que se propagan por el cristal. De esta forma si el campo aplicado es normal a la dirección de propagación, como se muestra en la Figura 4.5, el retardo o desfase entre una y otra componente, será

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \phi_{x'} - \phi_z = kL(n_{x'} - n_e) \\
 &= kL \left((n_o - n_e) + \frac{n_o^3}{2} r_{63} E_z^a \right) \\
 &= kL(n_o - n_e) + \frac{k}{2} r_{63} n_o^3 \frac{VL}{D}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

donde L es la longitud del cristal, D es la dimensión del cristal en la dirección del voltaje aplicado y n_o y n_e son los índices de refracción para la luz polarizada paralela a las direcciones principales. El término dependiente del voltaje constante aplicado podría disminuirse mediante células largas y anchas, y la respuesta en frecuencia de las células transversales es mejor que la de las células longitudinales pues es más fácil cambiar pequeños voltajes, con lo cual es el modo de operación óptimo modular la luz [8]. En ambos casos vemos la necesidad de cortar el cristal de una manera bien determinada y la dependencia de la polarización de la onda.

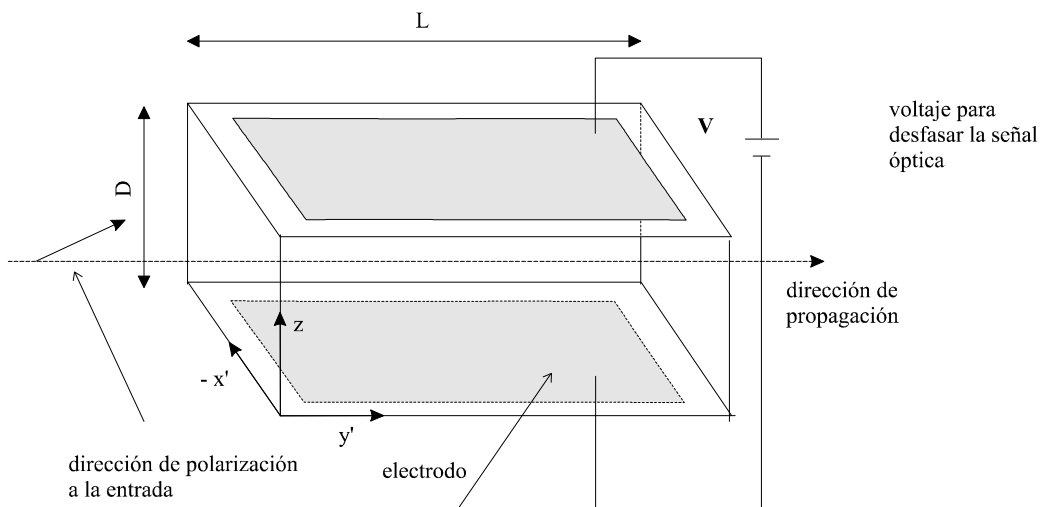


Figura 4.5: Desfasador electroóptico transversal.

En cuanto a las aplicaciones del efecto Pockels señalaremos que permite gobernar fácilmente el índice de refracción de un medio por su dependencia lineal con el campo aplicado y aunque su variación es pequeña, se puede modular la fase de la luz. En una lente cuyo índice cambia con el campo aplicado se puede modificar su distancia focal. De forma

similar en un prisma cuyo índice de refracción cambia con el campo, se puede gobernar temporalmente la desviación de un rayo para construir un sistema de barrido. En un retardador para luz polarizada, eligiendo adecuadamente los materiales, es posible gobernar el retardo aplicándole un campo, etc.

4.2.3 El efecto Kerr

Los materiales que poseen centro de inversión todos los componentes r_{ij} son nulos, por razones de simetría y por lo tanto el único efecto posible es el cuadrático. Los efectos no lineales se corresponden a la extrapolación del efecto electroóptico, al caso en que el campo eléctrico aplicado posee frecuencias ópticas, es decir, la región 10^{14} - 10^{15} . A estas frecuencias de modulación, se habla de efecto electroóptico no lineal y el formalismo matemático que se introduce parte del desarrollo en serie de la polarización \mathbf{P} , en función del campo eléctrico, admitiendo términos no lineales [6].

En efecto, cuando a ciertas sustancias isotrópicas, tanto líquidas como gaseosas, se les aplica un campo eléctrico intenso \mathbf{E} , se convierten en medios uniáxicos cuyo eje óptico está en la dirección de las líneas del campo. Si denotamos por n_e al índice de refracción extraordinario y a n_o el índice de refracción ordinario de la sustancia sometida al campo, se cumple que [6]

$$\Delta n = n_e - n_o = K\lambda E^2 \quad (4.32)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz utilizada y K es la constante de Kerr de dimensiones m/V^2 , distinta para cada sustancia. Como se puede observar, la birrefringencia es proporcional a E^2 , lo que pone de manifiesto que se trata de un fenómeno no lineal con el campo.

El campo eléctrico induce un momento eléctrico en las moléculas no polares y

cambia el momento de las moléculas polares. Hay pues, una reorientación de las moléculas originada por el campo, la cual causa que el comportamiento global del medio sea anisótropo. Esto explica el retardo que aparece entre el instante de aplicación del campo y la aparición del máximo efecto. El retardo puede ser de varios segundos, pero para líquidos o polares el retardo es muy pequeño, menor a 10^{-11} s.

Las aplicaciones más importante del efecto Kerr, son la generación del segundo armónico y la oscilación paramétrica [6], pues dada la necesidad de altos voltajes con vistas a desfasar una señal óptica, es preferible utilizar para dicho fin el efecto Pockels.

4.2.4 Efecto plasma

El índice de refracción puede también ser alterado cambiando óptica o eléctricamente la concentración de portadores.

Los cambios en la parte real e imaginaria del índice de refracción debida al cambio en la concentración de portadores, conocida por *efecto plasma*, son útiles para desfasar una señal óptica, o para su modulación.

La dependencia del índice de refracción con la concentración de portadores, viene dada por [9]

$$\Delta n = -\frac{q^2 \lambda_0^2}{8\pi^2 c^2 n_0 \epsilon_0} \left[\frac{\Delta n}{m_e^*} + \frac{\Delta p}{m_h^*} \right] \quad (4.33)$$

donde n y p son las concentraciones de electrones y huecos en cm^{-3} , respectivamente, y m_e^* y m_h^* son las masas efectivas de electrones y huecos en Kg, respectivamente. Según la ecuación (4.33) los desplazamientos del índice de refracción varían linealmente con la concentración de portadores, aunque se ha de resaltar que se han ignorado los fenómenos de vaciamiento y llenado de las bandas del material, los cuales pueden ser responsables de

una fracción significativa del cambio inducido en el índice.

En InP a $\lambda = 1,15 \mu\text{m}$, se han conseguido desplazamientos del orden de $\Delta n = 10^{-3}$ para una concentración de portadores inyectados de $n = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, y para una longitud de onda ligeramente mayor, $\lambda = 1,52 \mu\text{m}$, una proporcionalidad de $\Delta n = 3,63 \cdot 10^{-21} \cdot n$ (con n en cm^{-3}) se encuentra para dopaje tipo n. La variación de los huecos es ligeramente más pequeña, debido a su mayor masa efectiva [9].

Puesto que las pérdidas concomitantes son debidas esencialmente a absorción por portadores libres, los dispositivos basados en el efecto plasma dan lugar a un mecanismo para variar el índice de refracción del medio con una absorción adicional mínima. El inconveniente principal es la rapidez, limitada por el tiempo de recombinación de los portadores, aunque el uso de una región de depleción mediante la polarización en inversa de un diodo p-n de heteroestructura ayuda a superar esta limitación.

4.2.5 Materiales

El grado de utilidad de un material está a menudo determinado por aspectos meramente pragmáticos, tales como la facilidad de obtención de muestras de tamaño y calidad adecuadas, su coste o su resistencia al daño óptico [7]. En este sentido el Niobato de Litio (LiNbO_3) parece ser el candidato más firme para aquellas aplicaciones que requieran simultáneamente efecto lineal, cuadrático, fotorrefractivo⁵ y del confinamiento en guías planas [11].

⁵ Las condiciones necesarias para que un material sea fotorrefractivo, son que al iluminarlo se induzca en su interior una corriente eléctrica capaz de redistribuir las cargas eléctricas, que existan donadores de cargas eléctricas y trampas capaces de capturar los portadores de carga eléctrica, y, finalmente, que el material presente el efecto fotoeléctrico lineal [10].

El efecto Pockels sólo existe en los cristales que no poseen simetría de inversión⁶. Esto se puede justificar como sigue: asumiendo que un cristal posee simetría de inversión, la aplicación de un campo eléctrico E a lo largo de una determinada dirección origina un cambio $\Delta n_1 = s(-E)$, pero debido a la simetría de inversión, las dos direcciones son físicamente equivalentes, de modo que $\Delta n_1 = \Delta n_2$. Esto requiere que $s = -s$, lo cual sólo es posible para $s = 0$, con lo cual no puede existir el efecto electroóptico lineal. La división de los cristales en aquellos que poseen y no poseen simetría de inversión es una consideración elemental en cristalografía y es una información ampliamente tabulada.

Una descripción de las propiedades cristalográficas y físicas de los materiales electroópticos lineales y no lineales más utilizados, se tiene, por ejemplo, en [7].

4.3 Efecto termoóptico

Cuando en un material óptico se modifica la temperatura, se modifica también el índice de refracción, lo cual se conoce por *efecto termoóptico*. La variación del índice de refracción con la temperatura es mucho mayor que en el efecto electroóptico.

La variación de n_e con T , que expresaremos en unidades $\partial n/\partial T \times 10^{-5}$, es para la mayoría de los materiales dieléctricos y semiconductores de $1 \text{ }^\circ\text{C}$, y para los polímeros es del orden de $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ [12]. Por ejemplo para el LiNbO_3 de $+5,3$, para el TiO_2 es de $-7,2$ y para el BK7 (Pirex), de $+0,29$ [1].

Es decir, un cambio en la temperatura del material óptico, dará lugar a un cambio de

⁶ Si un cristal contiene una celda de puntos tales que la inversión (reemplazando cada átomo en \mathbf{r} por otro en $-\mathbf{r}$, con \mathbf{r} siendo el vector de posición relativo al punto) sobre cualquiera de estos puntos deja la estructura del cristal invariante, el cristal se dice que posee simetría de inversión.

fase de la luz que va a través de él $\Delta\phi$, debido a dos efectos: el cambio en la longitud del material debido a la expansión o contracción térmica, y el cambio inducido en el índice de refracción [13]. Así podemos escribir

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(n \frac{dL}{dT} + \frac{dn}{dT} \right) L \Delta T \quad (4.34)$$

El problema de usar el calentamiento de los materiales para cambiar el índice de refracción estriba en la inercia térmica, tanto para la elevación como para el descenso de la temperatura. En determinadas condiciones, calentando por medio de láminas metálicas muy delgadas que actúan como resistencias eléctricas de muy poca inercia, se pueden conseguir períodos de menos de 1 ms [14].

4.4 Efecto acustoóptico

4.4.1 Introducción

A la variación del índice de refracción cuando se aplica un esfuerzo, se la denomina *efecto elastoóptico*. En efecto, cuando un medio elástico transparente se somete a esfuerzos (presiones o estiramientos), se producen condensaciones o rarefacciones de la materia con variaciones de su densidad, ρ , lo que implica según la *ley de Lorenz-Lorentz* [1]

$$\left(\frac{1}{\rho} \right) \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = cte \quad (4.35)$$

que cuando aumenta la presión aumenta el índice de refracción.

Cuando estas acciones se aplican a medios anisótropos definidos ópticamente por su elipsoide de los índices tiene lugar una modificación de los índices de refracción principales y en consecuencia de los semiejes del elipsoide, incluso de su orientación.

Estas modificaciones afectan también a los medios isótropos en los cuales el elipsoide es una esfera como caso particular.

El *efecto acustoóptico* tiene lugar cuando las ondas luminosas atraviesan medios elásticos surcados por ondas acústicas, las cuales producen variaciones espaciales y temporales con estratificaciones del índice de refracción que afectan a la propagación de las ondas luminosas.

4.4.2 Elasticidad

Recordemos que una varilla elástica de longitud l , aplicándole una tensión T (fuerza por unidad de superficie de la sección), se estira en Δl . Definimos la deformación longitudinal e , por el cociente $e = \Delta l/l$. Cuando la deformación es pequeña, la tensión es proporcional a la deformación, es decir, la elasticidad es lineal y podemos escribir

$$T = Ye \quad (4.36)$$

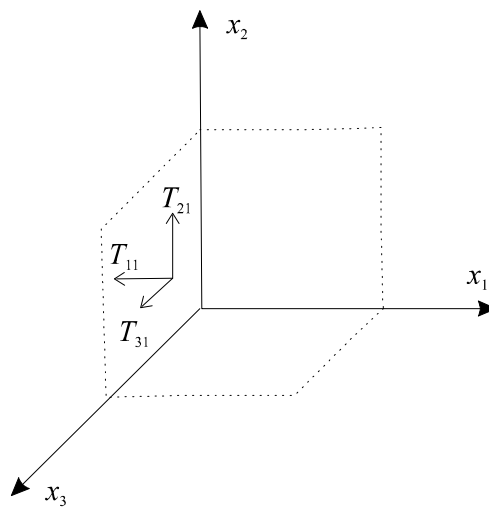


Figura 4.6: Aspecto de las componentes del tensor de tensiones.

La ecuación (4.36) es la *ley de Hooke*. La constante de proporcionalidad Y se denomina módulo de Young y su recíproca $1/Y$ es el módulo de rigidez. Puesto que e no tiene dimensiones, las de Y son Newton/m^2 . De la definición de e se vislumbra que representa el alargamiento por unidad de longitud, y para longitudes muy pequeñas en el eje x podemos poner $e = dl/dx$ [15].

Cuando sobre un volumen de material se aplican esfuerzos exteriores, en su interior aparecen fuerzas que se caracterizan por las acciones que sobre un cubo elemental en el interior del sólido ejerce el resto del material. Estas acciones se expresan por medio de un tensor de nueve componentes que representan las fuerzas por unidad de superficie o tensiones de las tres caras de un triedro del cubo. Las fuerzas que aparecen sobre las caras del cubo serán en general oblicuas a las caras y se podrán descomponer en una fuerza normal y otra contenida en la cara. Esta última podrá descomponerse en dos paralelas a los ejes como se muestra en la Figura 4.6. Estas nueve fuerzas T_{ij} son las componentes del *tensor de tensiones*

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

donde $T_{ij} = T_{ji}$ y $i, j = 1, 2, 3$.

En este tensor cada componente T_{ij} representa la componente i de la fuerza por unidad de superficie de la cara perpendicular al eje j . La caracterización se hace con las fuerzas que aparecen sobre las tres caras del triedro, porque si el cubo está en equilibrio las que aparecen en las caras opuestas tienen que ser iguales. El hecho de que el cubo elemental esté en equilibrio requiere también que los momentos sean nulos. Con todo esto se llega a la simetría del tensor $T_{ij} = T_{ji}$, con lo cual las nueve componentes independientes se reducen a seis. Las T_{ij} representan componentes perpendiculares a las caras, mientras

que las T_{ij} con $i \neq j$, representan fuerzas tangenciales contenidas en las caras, es decir, fuerzas cizallantes.

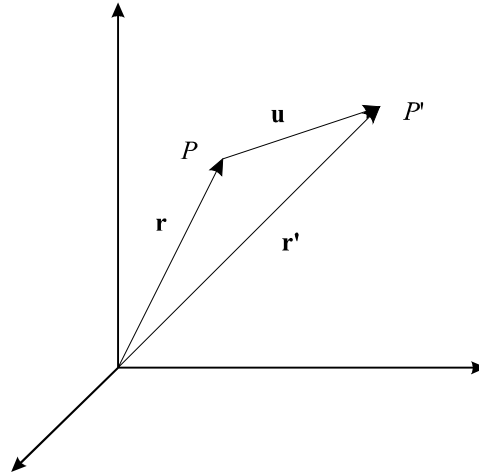


Figura 4.7: Efecto de la aplicación de esfuerzos a un sólido.

Cuando se aplican esfuerzos a un sólido, un punto $P(x_1, x_2, x_3)$ antes de la aplicación, pasa después a $P'(x_1', x_2', x_3')$, sufriendo un desplazamiento $u(u_1, u_2, u_3)$, como se refleja en la Figura 4.7. Las componentes del tensor de deformación S_{ij} se definen por las relaciones [15]

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.38)$$

y es también un tensor de segundo orden simétrico, $S_{ij} = S_{ji}$, por tanto, también tendrá 6 componentes.

En la expresión (4.38), por ejemplo $\partial u_i / \partial x_i$ representa el desplazamiento en la dirección del eje i , mientras que $\partial u_i / \partial x_j$ representa un desplazamiento tangencial o de cizalladura, Δu_i , en la dirección del eje i cuando se pasa de un plano perpendicular al eje j a otro a distancia Δx_j , como se muestra en la Figura 4.8. Expresando la relación (4.38) en

forma de matriz, tenemos

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

donde $i, j = 1, 2, 3$ y $S_{ij} = S_{ji}$.

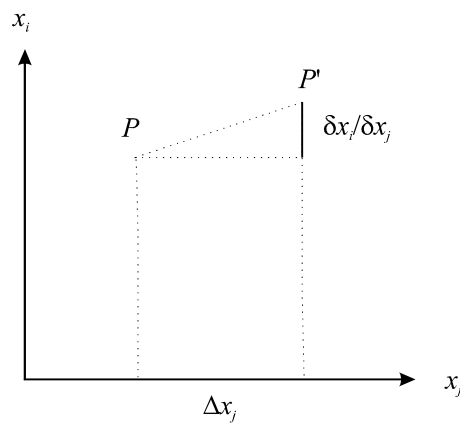


Figura 4.8: Significado de las componentes de \hat{S} .

Haciendo en (4.37) y (4.39) debido a la simetría, una reducción de índices, se puede escribir

$$T_{11} = T_1, T_{22} = T_2, T_{33} = T_3, T_{23} = T_{32} = T_4, T_{31} = T_{13} = T_5, T_{12} = T_{21} = T_6 \quad (4.40)$$

$$S_{11} = S_1, S_{22} = S_2, S_{33} = S_3, S_{23} = S_{32} = S_4, S_{31} = S_{13} = S_5, S_{12} = S_{21} = S_6 \quad (4.41)$$

En (4.36) hemos escrito la ley de Hooke para una sola dimensión. Representando las tensiones y deformaciones en el caso más general por T_{ij} y S_{kl} respectivamente, y expresando su proporcionalidad en (4.36) tendremos que escribir

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad i, j = k, l = 1, 2, 3 \quad (4.42)$$

donde c_{ijkl} son las componentes de un tensor \hat{c} de cuarto orden, que liga los dos tensores de segundo orden; por lo tanto, en el caso más general, de $9 \times 9 = 81$ componentes. Pero teniendo presente que $T_{ij} = T_{ji}$, que $S_{lk} = S_{kl}$ y que $c_{ijkl} = c_{klij}$, escribiendo las componentes de los tensores como en (4.40) y (4.41), la relación (4.42) se puede poner de la siguiente forma

$$T_i = c_{ij} S_j, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (4.43)$$

y recíprocamente

$$S_i = q_{ij} T_j \quad (4.44)$$

por tanto, los tensores c_{ij} y q_{ij} tendrán en el caso más general 36 componentes.

Las 36 componentes de estos tensores, debido a las simetrías de los cristales, se reducen en el caso más general a 21 en el sistema triclinico, pero en simetrías superiores para los 32 grupos puntuales muchas son ceros. En el monolítico son 13 componentes, 7 en el trigonal, 3 en el cúbico y 2 en los medios isótropos.

Debido a que las variaciones de los índices de refracción principales, que son los semiejes del tensor dieléctrico, son proporcionales a los esfuerzos y también son proporcionales a los esfuerzos las deformaciones, se puede escribir para las recíprocas de los índices de refracción que figuran en la ecuación generalizada del elipsoide, como se hizo en (4.14)

$$b_1 x^2 + b_2 y^2 + b_3 z^2 + 2b_4 yz + 2b_5 xz + 2b_6 xy = 1 \quad (4.45)$$

Cuando se aplica un esfuerzo, los b_i se modifican en Δb_i . Si partimos del elipsoide de los índices referido a sus ejes, es decir

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1 \quad (4.46)$$

al aplicar un esfuerzo no sólo variarán los n_i , sino que aparecerán los demás términos de (4.44), y los coeficientes de (4.46) se habrán convertido respectivamente en

$$\frac{1}{n_1^2} + \Delta b_1; \frac{1}{n_2^2} + \Delta b_2; \frac{1}{n_3^2} + \Delta b_3; \Delta b_4; \Delta b_5; \Delta b_6 \quad (4.47)$$

Puesto que los semiejes del elipsoide de los índices son las raíces cuadradas de las recíprocas del tensor dieléctrico $\hat{\epsilon}$, resulta que las componentes de la deformación son proporcionales a las componentes del esfuerzo y a su vez lo son a la variación de los coeficientes del elipsoide, aunque estas relaciones de proporcionalidad son relaciones tensoriales, con lo que podemos escribir

$$\begin{pmatrix} \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta b_3 \\ \Delta b_4 \\ \Delta b_5 \\ \Delta b_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} & p_{16} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} & p_{26} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} & p_{36} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} & p_{46} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} & p_{56} \\ p_{61} & p_{62} & p_{63} & p_{64} & p_{65} & p_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

Los valores numéricos de las *constantes elastoópticas* p_{ij} se dan con los catálogos de los materiales.

Suponemos ahora un sólido amorfo al que aplicamos un esfuerzo en una dirección cualquiera con la que hacemos coincidir el eje z , por tanto sólo habrá deformación en la dirección de este eje y el problema se resolverá aplicando la ecuación (4.54) al presente

caso, que se convierte en

$$\begin{pmatrix} \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta b_3 \\ \Delta b_4 \\ \Delta b_5 \\ \Delta b_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{12}S_3 \\ p_{12}S_3 \\ p_{11}S_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

donde la matriz de componentes p_{ij} es la correspondiente a los medios amorfos, en ella

$p_{44} = p_{11} - p_{12}$, con lo cual la ecuación del elipsoide queda

$$\left(\frac{1}{n^2} + p_{12}S_3\right)x^2 + \left(\frac{1}{n^2} + p_{12}S_3\right)y^2 + \left(\frac{1}{n^2} + p_{11}S_3\right)z^2 = 1 \quad (4.50)$$

El elipsoide, que era una esfera en el medio amorfo, se ha convertido en un medio uniáxico, con el eje de revolución coincidente con el eje z en cuya dirección se ha ejercido el esfuerzo, ya que los coeficientes x e y son iguales.

De las expresiones de los coeficientes obtenemos

$$n_x = n_y = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n^2} + p_{12}S_3}} = \frac{n}{\sqrt{1 + n^2 p_{12}S_3}} \quad (4.51)$$

que dada la pequeña magnitud del segundo sumando de la raíz del denominador lo podemos poner en la forma $(1 + \delta)^{\frac{1}{2}}$. Desarrollando en serie binómica hasta el segundo término, se tiene como resultado $1 - (1/2)\delta$, con lo cual

$$n_o = n_x = n_y = n - \frac{1}{2}n^3 p_{12}S_3; \quad n_e = n_z = n - \frac{1}{2}n^3 p_{11}S_3 \quad (4.52)$$

Este es el fundamento de la *fotoelasticidad*, ya que la birrefringencia $n_e - n_o$ es proporcional a S . Entonces si un sólido transparente que tiene tensiones de distinta magnitud repartidas por toda la masa se introduce entre dos polarizadores cruzados, el desfase entre la onda ordinaria y extraordinaria es en cada punto diferente y también la intensidad transmitida, lo que pone de manifiesto el reparto de esfuerzos. En vidrio y otros materiales, después de la fusión por enfriamientos irregulares o mecanizaciones pueden quedar tensiones permanentes, pero éstas pueden ser fácilmente descubiertas introduciendo el material entre polarizadores cruzados.

4.4.3 Acustoóptica

Cuando una onda acústica de frecuencia f , frecuencia angular Ω , número de onda k_s , amplitud S_0 y elongación $s(x,t)$, se propaga en la dirección del eje x con velocidad v_s , su ecuación se puede escribir

$$s(x,t) = S_0 \cos(\Omega t - k_s x) \quad (4.53)$$

Si esta onda acústica se propaga en un medio amorfo de constante electroóptica p , en él se producirán deformaciones proporcionales a las elongaciones $s(x,t)$ en cada punto e instante. Estas deformaciones, como se ha visto en las ecuaciones dadas por (4.52), producen variaciones del índice de refracción en reposo de la forma

$$\Delta n(x,t) = -\frac{1}{2} n^3 p s(x,t) \quad (4.54)$$

El signo menos significa que cuando la tensión es negativa, la variación del índice de refracción es positiva. Esto supone que el medio tenga una estratificación del índice de refracción dada por

$$\Delta n(x, t) = -\frac{1}{2} n^3 p S_0 \cos(\Omega t - k_s x) \quad (4.55)$$

con amplitud o elongación máxima

$$\Delta n = \frac{1}{2} p n^3 S_0 \quad (4.56)$$

por tanto se trata de un índice que varía con x y t , es decir, que en el medio se produce una onda de variación del índice. Teniendo en cuenta que la intensidad I_s de una onda acústica que se propaga en un medio de densidad ρ con velocidad v_s y amplitud S_0 , viene dada por la siguiente expresión [16]

$$I_s = \frac{1}{2} \rho v_s^3 S_0^2 \quad (4.57)$$

o bien

$$S_0 = \left(\frac{2I_s}{\rho v_s^3} \right)^{1/2} \quad (4.58)$$

sustituyendo en (4.55) tenemos que la variación del índice de refracción es

$$\Delta n = \sqrt{\frac{1}{2} M_2 I_s} \quad (4.59)$$

donde

$$M_2 = \frac{p^2 n^6}{2\rho v_s^3} \quad (4.60)$$

es el llamado *factor de mérito*. En sólidos cristalinos, el efecto acustoóptico depende mucho de la orientación, esto es, de p . Si embargo, el factor de mérito es relativamente pequeño incluso para selecciones óptimas del material y de la orientación. Así, por ejemplo, a la longitud de onda de 632,8 nm, para el cuarzo fundido M_2 es $1,51 \cdot 10^{-18}$ s³/gm, y para el LiNbO₃ es de $6,9 \cdot 10^{-18}$ s³/gm [11]. Así a partir de (4.59) se llega a que Δn es del orden de 10^{-4} en estos materiales, incluso para una densidad de potencia acústica de 100 W/cm². En [17] se pueden encontrar más propiedades sobre los materiales generalmente utilizados en acustoóptica.

A pesar del cambio relativamente pequeño de n producido por una onda acústica, el efecto global sobre un haz óptico puede ser significativo, pues cada pequeño Δn producido por un pico de tensión de la onda acústica puede resultar en interacciones ópticas que pueden acumularse constructivamente (o destructivamente) si se consigue una adecuada adaptación de fase. Así, se pueden producir considerables efectos de difracción, que son utilizados generalmente por moduladores y deflectores [17].

4.4.4 Difracción de Bragg

Como hemos visto al estudiar el efecto elastoóptico, las presiones o tensiones sobre un medio modifican su índice de refracción en

$$\Delta n = -\frac{1}{2} p n^3 s \quad (4.61)$$

donde n es el índice de refracción del medio sin sufrir esfuerzos, p es la constante elastoóptica, y s la deformación por unidad de longitud.

Si, por ejemplo, en el extremo inferior de una columna de líquido, como se muestra en la Figura 4.9, aplicamos un transductor piezoeléctrico T , generador de ondas acústicas, en la columna aparecerán en un instante dado planos de máxima presión hidrostática que corresponde a planos de máxima densidad y máximo índice de refracción, cuya distancia entre dos consecutivos será la longitud de onda Λ del sonido. En los planos de mínima presión será mínimo el índice de refracción.

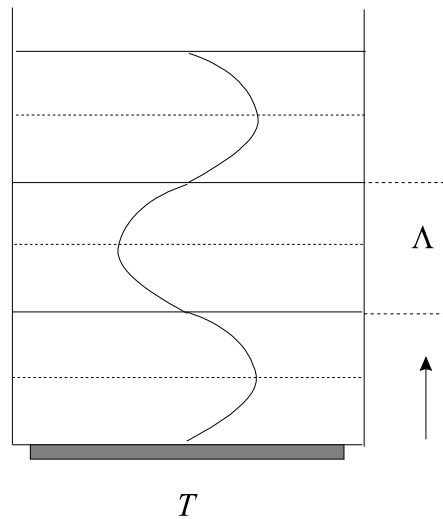


Figura 4.9: Columna de líquido y transductor piezoeléctrico, generador de ondas acústicas.

La experiencia demuestra que cuando una onda luminosa plana Σ de vector de onda \mathbf{k}_i incide sobre los planos de igual índice de refracción formando con ellos ángulos θ_i , como se ilustra en la Figura 4.10, aparecen reflexiones en direcciones con vectores de onda $\mathbf{k}_{r1}, \mathbf{k}_{r2}, \dots$, que forman ángulos $\theta_{r1}, \theta_{r2}, \dots$ con los planos de igual índice, lo cual prueba que el fenómeno no es una simple reflexión, sino que más bien se asemeja a una difracción de una onda luminosa por la red de planos de espaciado Λ producidos por la onda acústica.

Si una onda plana Σ_i incide en los planos formando con ellos ángulos θ_i y en la dirección \mathbf{k}_r sale un máximo reforzado, debe ser porque la diferencia de fase entre dos rayos homólogos consecutivos, $2\pi(AB + BC)/\lambda$, sea un número entero de longitudes de onda, es decir

$$\Lambda(\sin \theta_i + \sin \theta_r) = m\lambda \quad (4.62)$$

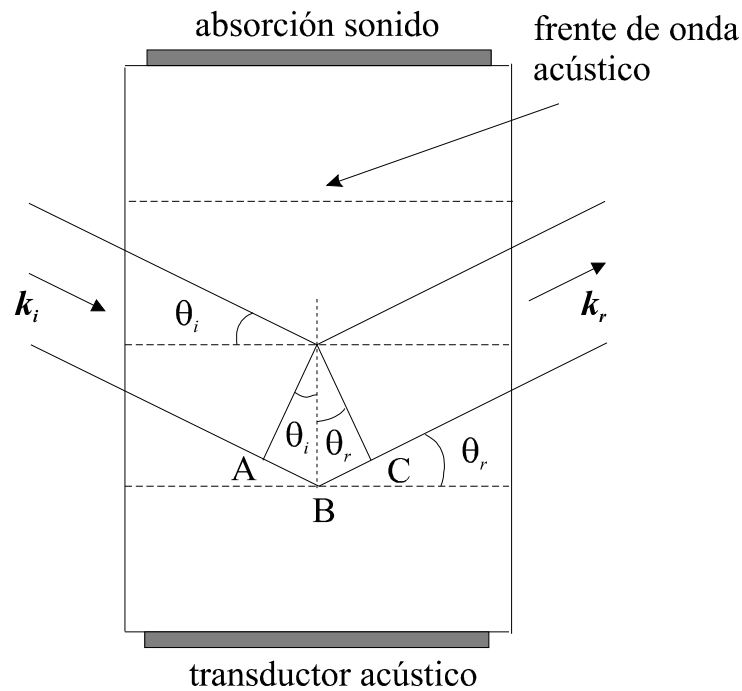


Figura 4.10: Dispositivo acustoóptico utilizando la difracción de Bragg.

Cuando $\theta_i = \theta_r$, la dirección de la máxima emisión coincide con la de la luz reflejada, entonces (4.62) se convierte en

$$2\Lambda \sin \theta_i = m\lambda \quad (4.63)$$

y en el caso de $m = 1$, queda

$$\sin \theta_r = \sin \theta_i = \sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda} = \frac{\lambda_0}{2n\Lambda} \quad (4.64)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz en el medio. Esta ecuación constituye la famosa *condición de Bragg*.

Este fenómeno se puede explicar por medio de la teoría electromagnética de Maxwell, como puede verse en [4], pero la forma más sencilla de demostrarlo es aplicando la teoría cuántica tanto a las ondas luminosas como a las acústicas [1].

En el caso de cumplirse la condición de Bragg casi toda la luz difractada sale en el primer máximo como si se tratara de una difracción en una red de diente de sierra cuando la dirección del primer máximo coincide con la de la luz reflejada.

4.4.5 Difracción de Raman-Nat

Cuando la anchura L del frente de onda acústico es muy pequeña y la intensidad de la onda sonora es grande, la red de planos funciona como una red de fase, y a diferencia de lo que ocurre en la difracción de Bragg salen varios máximos con intensidades importantes de luz. Esta difracción se conoce por *difracción de Raman-Nat* [11].

4.5 Referencias

- [1] Justiniano Casas. “*Óptica*”. Distribuido por la librería PONs de Zaragoza, 7^a ed., 1994.
- [2] P. Lorrain and D. Corson. “*Electromagnetic fields and waves*”. Freeman, 3^a ed., 1988.
- [3] Alan Billings. “*Optics, optoelectronics and photonics. An introduction*”. Prentice Hall, 2nd ed., 1989.
- [4] M. Born and E. Wolf. “*Principles of optics*”. McMillan, 6th ed., 1993.
- [5] Amnon Yariv. “*Quantum electronics*”. John Wiley & Sons, 3rd ed., ch. 14, 1989.
- [6] Amnon Yariv. “*Optical electronics*”. Saunders College Publishing, 4th ed., 1991.
- [7] J. M. Albella, J. M. Martínez D. y J. J. Jiménez L. (Coordinadores). “*Optoelectrónica y comunicación óptica*”. C.S.I.C., Colección *Nuevas Tendencias*, cap. 3, 1988.

- [8] J. Wilson and J. F. B. Hawkes. “*Optoelectronics: An introduction*”. Prentice Hall, 2nd ed., ch. 3, 1989.
- [9] Hans P. Zappe. “*Introduction to semiconductor integrated optics*”. Artech House Publishers, 1995.
- [10] M. P. Petrov, S. I. Stepanov and A. V. Khomenko. “*Photorefractive crystals in coherent optical systems*”. Springer-Verlag, 1991.
- [11] Robert G. Hunsperger. “*Integrated optics*”. Springer-Verlag, 4th ed., 1995.
- [12] Chin C. Lee and Tzu J. Su. “*2×2 single-mode thermo-optic zero-gap directional coupler thermo-optic waveguide switch on glass*”. Applied Optics, vol. 33, no. 30, pp. 7.016-7.022, 1994.
- [13] G. B. Hocker. “*Fiber-optic sensing of pressure and temperature*”. Applied Optics, vol. 18, no. 9, pp. 1.445-3.448, 1979.
- [14] M. Hanura and J. Koyama. “*Thermo-optic deflection and switching in glass*”. Applied Optics, vol. 21, no. 19, pp. 3.461-3.465, 1982.
- [15] Federico París. “*Teoría de la elasticidad*”. Universidad de Sevilla, 1996.
- [16] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens and J. V. Sanders. “*Fundamentos de acústica*”. Limusa, traducción de la 3^a ed. en inglés, 1992.
- [17] Christopher C. Davis. “*Lasers and electro-optics. Fundamentals and Engineering*”. Cambridge University Press, ch. 19, 1996.